La descripción cuántica es no local. La naturaleza es local

IZTAPALAPA
Agua sobre lajas

*Luis de la Peña**

Resumen: Se discute si el realismo local ha sido experimentalmente refutado en la mecánica cuántica como es usual afirmar, o no. Por realismo local se entiende una teoría que acepta una descripción detallada en el espacio-tiempo y que contiene sólo interacciones locales. El método empleado para realizar la verificación ha sido el teorema de Bell, el cual se introduce y discute. Se concluye que lo que se ha puesto a prueba son ciertas propiedades no locales de la mecánica cuántica y no el realismo local. Se menciona un mecanismo que ha sido sugerido en la literatura, capaz de permitir la recuperación del determinismo y la localidad en los sistemas cuánticos.
Palabras clave: realismo local, mecánica cuántica, teorema de Bell, localidad, electrodinámica estocástica.

Introducción

Entrar de lleno a la discusión sobre si el fundamentismo filosófico se encuentra o no en crisis no es una tarea a la que yo pueda contribuir en este momento con algo original y de interés para un público versado en el tema. Por un lado, se trata de un punto de vista –no me gustaría llamarle teoría– controvertido desde sus inicios, que ha estado bajo discusión durante siglos y son seguramente centenares los argumentos que se han esgrimido en pro y en contra y que van y vienen, pero que, para la mayoría de los autores, versa sobre un proyecto que no ha resultado exitoso. Por otra parte, la fuente primaria de todas nuestras creencias sobre la naturaleza es la acción y sus consecuencias

* Investigador emérito del Instituto de Física de la Universidad Nacional Autónoma de México. luis@fisica.unam.mx

Fecha de recepción 11/11/03, fecha de aprobación 13/12/03
Iztapalapa 54 • año 24 • pp. 111-129

observadas. Esto lo practicamos casi desde el momento mismo de nuestro nacimiento, cuando comenzamos a aprender a hacer evolucionar nuestra percepción con la práctica misma de percibir las consecuencias de nuestro accionar. En tales condiciones, es imposible evitar depender de nuestra memoria y de otras capacidades humanas, como la de reconocer y deducir, cuya fiabilidad no es infinita. Más aún, la pretensión de que las teorías de una ciencia de base empírica como es la física puedan emerger de fundamentos seguros y definitivos es, al menos, ingenua y ha quedado desmentida por la historia. El ejemplo que deseo discutir, que es parte de los cimientos de la física cuántica contemporánea y tema por demás importante para la comprensión cabal de esta teoría, nos muestra lo inseguros que resultan algunos de los *firmes principios* en que reposa, a pesar de que han sido aceptados como sólidamente establecidos durante décadas por las corrientes cuánticas ortodoxas.

Características exóticas *de la mecánica cuántica*

Antes de entrar en el tema, y puesto que estoy ante un público no ajeno, pero sí distante de los temas que deseo tratar, me permitiré recordar algunas peculiaridades del comportamiento de los sistemas que describe la mecánica cuántica, seleccionando varias de aquellas que con mayor legitimidad podemos considerar exóticas, por comparación con el comportamiento de otros sistemas físicos no cuánticos, que englobaremos bajo el rubro de sistemas clásicos (esto puede comprender sistemas relativistas, en su caso).

Dualidad onda-partícula. Los corpúsculos cuánticos manifiestan un comportamiento característico y exclusivo, consistente en que gozan a la vez de propiedades corpusculares y ondulatorias. En el ámbito clásico, estos dos aspectos son mutuamente excluyentes, pues, por ejemplo, mientras que una partícula es un ente muy bien localizado, las ondas se esparcen en el espacio. Un ejemplo muy interesante de esta dualidad se encuentra en los recientes experimentos con condensados de Bose-Einstein, que no son sino un puñado de varios miles de átomos de sodio u otro elemento apropiado a bajísima temperatura (algunas millonésimas de grado sobre el cero absoluto) que se divide en dos partes, se les separa sin disturbarlos (sin romper su coherencia) y se les deja ocupar una región espacial común. El resultado es que ambas masas atómicas interfieren entre sí y se reorganizan en regiones alternas con máximos y mínimos de densidades, como lo harían dos haces luminosos monocromáticos y coherentes que se superpusieran. Este fenómeno característicamente ondulatorio fue predicho hace más de 70 años por

Einstein, pero hasta hace poco ha sido observado debido a las enormes dificultades técnicas que hubo que superar para producir los pequeños conjuntos atómicos coherentes a las bajísimas temperaturas requeridas.

La (infame) frontera observador-observado. El calificativo lo he tomado prestado del excelente libro de Wrick (1996). Como es sabido, en mecánica cuántica sólo podemos conocer el estado específico en que se encuentra un sistema cuántico, de entre todas las posibilidades teóricas factibles, observándolo. Pero esta observación afecta de manera profunda y, en cierta forma, incontrolable y siempre irreversible, al sistema observado. El resultado es que conocemos (en parte) el estado en que quedó el sistema, pero no en el que estaba antes de nuestra intervención. La forma en que afectamos al sistema con nuestra observación queda parcialmente determinada por el propósito mismo de ésta, de tal manera que con nuestro accionar sobre el sistema en alguna forma estamos determinando el estado en que habrá de quedar preparado o que habremos de observar. Esta íntima interrelación entre observado y observador es obviamente indeseable, pues implica la intrusión del segundo en la descripción del sistema microscópico (y como un actor, no como un simple espectador), además de que significa que la descripción (cuántica) de lo observado requiere la introducción de elementos que se describen de manera clásica (el observador o sus aparatos de medición), lo que conduce a una situación viciosa que requiere lo clásico para describir lo cuántico, y de esto último para arribar a lo clásico.[1] Una situación de esta naturaleza no es sólo altamente indeseable al dar lugar a una regresión sin límite cuando se intenta definir la frontera entre ambas teorías, sino que lleva a otros problemas. Por ejemplo, se supone que la física clásica debería emerger de la cuántica como un proceso límite de esta última, por lo que no debiera figurar de manera alguna en el formalismo de la descripción cuántica y, menos aún, formar parte de sus principios fundamentales. A esto podemos agregar que es inaceptable que una teoría de la medición forme parte de los principios de una teoría fundamental, como se supone que es la mecánica cuántica, al menos por dos razones: a) cualquier teoría de la medición es una teoría de (muy) alto nivel, y b) es una teoría específica que deberá incorporar nociones como el instrumental y el método específicos usados, etcétera. Estas características son incompatibles con el supuesto carácter fundamental deseado para la descripción de lo cuántico.

[1] Esto concediendo que el observador o su instrumental están considerados en la descripción. La situación usual es aún menos convincente, pues la descripción matemática del sistema con frecuencia no contiene algún elemento que haga referencia a ellos, por lo que se trata en realidad de una interpretación que no corresponde a la descripción teórica (o matemática, si se prefiere).

El indeterminismo cuántico. Las predicciones de la física cuántica son en esencia estadísticas. La función de onda, que es el elemento teórico que contiene toda la información posible (con nuestra actual física) sobre el estado y comportamiento de un sistema cuántico, permite en general hacer sólo predicciones estadísticas sobre el sistema. Un ejemplo muy obvio es el de un núcleo radioactivo (o, de manera enteramente equivalente, de un átomo excitado); es imposible predecir el momento preciso en que se va a producir su decaimiento radioactivo o la dirección en que habrán de salir expulsados los diversos productos de la desintegración. Sin embargo, el evento ocurre de manera precisa en la naturaleza, e incluso se puede fotografiar el resultado específico de una desintegración y determinar el momento en que se dio. Luego hay elementos de la realidad no contenidos en toda su plenitud en la teoría. Lo que sí podemos calcular es la vida media de tales núcleos (o átomos) y la distribución estadística de los productos. Vemos que, mientras en la naturaleza el evento particular queda totalmente determinado, en la teoría hay un amplio margen de indeterminismo al respecto. Podría argüirse que esto es normal en multitud de casos, y uno es la lotería, cuyos números premiados salen al azar, sin que ello nos cause asombro alguno, pues la multitud de causas incontroladas que habrán de afectar el resultado garantizan y explican de antemano la variabilidad del resultado. Sin embargo, la analogía es enteramente errónea, hasta donde la actual mecánica cuántica nos permite ver.

La razón es la siguiente: en las típicas situaciones estadísticas, como la de la lotería, un gran conjunto de factores sobre los que no se tiene control (e incluso conocimiento) y pueden variar sobre amplios márgenes, determinan el resultado final. Esta misma explicación muestra que se trata de un efecto determinado por sus causas, independientemente de que aparece ante nosotros como indeterminado por nuestro desconocimiento del valor específico que en cada circunstancia asumen tales causas. La descripción es indeterminista, pero el fenómeno es determinista: es en la descripción donde radica el indeterminismo, no en la naturaleza. La posición usual, ortodoxa, en la mecánica cuántica es otra, pues considera que el fenómeno mismo que ocurre es indeterminista per se. Dado, por ejemplo, un electrón atómico, es claro que se encuentra localizado dentro de un volumen más o menos determinado, que podríamos llamar laxamente "el ocupado por el átomo". Pero, ¿con qué velocidad se mueve este electrón? La pregunta parece simple y se esperaría que fuera posible dar una respuesta concreta. Sin embargo, el hecho de que el electrón pueda encontrarse con diversas probabilidades dentro del volumen atómico, implica que también su velocidad está distribuida sobre una amplia gama de posibles valores, cada uno con su correspondiente probabilidad. De acuerdo con la posición ortodoxa que aquí se está presentando (pero no defendiendo), la mecánica cuántica no puede ir más lejos que esta predicción estadística y se reduce a afirmar que, si midiéramos la velocidad, habremos de obtener alguno de los valores que asigna la distribución, con tal o cual probabilidad. Y si, en efecto, realizamos la medición, habremos de obtener una vez uno de estos posibles resultados, la siguiente, otro, y así sucesivamente. En todos los casos, el electrón se encuentra precisamente en el mismo estado cuántico, pero obtenemos un resultado diferente. Éste es un ejemplo del típico indeterminismo cuántico: de la multiplicidad de posibles resultados compatibles con una situación dada (de valores *en potentia*), en cada caso se realiza (materializa para algunos autores) alguno al azar, sin que la teoría contenga elemento alguno que permita determinar cuál es él.

Este indeterminismo es interpretado de formas distintas desde la ontología –la manera de ser del electrón, digamos–, o desde un punto de vista puramente epistémico –no debemos trascender de lo observado, se afirma–, hasta el resultado incontrolable de la observación –lo que hace del observador externo un elemento activo, determinante del sistema, con todas las consecuencias que tal acarreo ocasiona–. Todas estas interpretaciones (y otras) coexisten en la literatura, sin que los más de setenta años transcurridos desde la fundación de la mecánica cuántica hayan puesto fin a la confusión. Como veremos más adelante existen también intentos muy serios por recuperar el determinismo a nivel fundamental, que puede resultar cuántico (con la introducción de variables ocultas) o subcuántico (por la generación de una pretendida teoría determinista que conduzca a la mecánica cuántica hasta cierto límite, el que podría requerir algún procedimiento estadístico).

No localidad cuántica. Éste es un tema muy candente en la actualidad. Hay autores que niegan que la mecánica cuántica es una teoría no local,[2] pero en apariencia la mayoría reconoce la existencia de elementos no locales en la teoría cuántica. De manera gráfica, podemos describir la no localidad diciendo que una fuerza que se aplica aquí produce un resultado *inmediato* allá, donde aquí y allá se encuentran a distancia quizá (muy) grande. Dentro de la física clásica esto simplemente no ocurre. Veámoslo con más cuidado. Si nos fijamos en la fuerza de gravedad, diremos que el Sol ejerce una atracción sobre la Tierra, y ésta sobre la Luna, etcétera. Pero estos cuerpos no están en contacto, por lo que tal acción es a distancia. Estas acciones a distancia son no locales: el Sol allá afecta de forma instantánea a la Tierra acá. Aun para el propio Newton esto era inaceptable en principio y

[2] Se argüiría, por ejemplo, que las no localidades aparecen sólo si se agregan elementos interpretativos inadecuados al aparato formal de la teoría.

requería una explicación, que se escapaba a los conocimientos de su época, y de ahí su famoso *dictum* (quizá la frase más famosa de Newton) "*Hypotheses non fingo*". Ya en la época de nuestros padres o abuelos, Einstein vio la necesidad de elaborar la teoría general de la relatividad, precisamente, y como una de sus razones centrales, para eliminar de la física tales acciones a distancia. Y lo que estaba sacando de la física por la puerta grande, se colaba mientras tanto por la ventana cuántica. La no localidad cuántica será uno de los temas que discutiremos a continuación, por lo que aquí sólo agregamos que se trata de una propiedad de los microsistemas que hoy se está tratando de explotar para la generación de ciertos recursos tecnológicos que, de realizarse algún día, abrirían amplísimas posibilidades que hoy resultan casi mágicas. Es vasta la literatura contemporánea, tanto teórica como experimental y de divulgación, sobre temas como la teleportación, el cifrado inviolable, la computación cuántica, entre otros, todos ellos fundados en correlaciones cuánticas no locales como las que vamos a tratar aquí. Lo que sorprende es que el tema de la no localidad cuántica, pese a sus profundas implicaciones de todo tipo, incluyendo las filosóficas, no ha sido estudiado con la atención que requiere. Se estudian sus consecuencias, pero no el fenómeno en sí mismo, su significado, su origen, su naturaleza.

Variables ocultas y teoremas sobre variables ocultas

El indeterminismo cuántico ha sido una permanente espina para muchos autores, quienes se han preguntado sobre la posibilidad de recuperar el determinismo completando el esquema matemático con algún tipo apropiado de variables (tal vez azarosas), desconocidas para la actual teoría cuántica y por ello popularmente denominadas *variables ocultas*, tales que su introducción determine en cada caso el resultado de la observación. Esta posibilidad se entrevió desde los orígenes de la mecánica cuántica, pero también desde el principio (alrededor de 1935) el gran matemático húngaro-estadounidense John von Neumann (1903-1957) mostró con un famoso teorema que lleva su nombre, que la introducción de tales variables hace que la nueva teoría necesariamente discrepe de la teoría usual. Dada la validez probada de esta última, quedan desterradas las variables ocultas. El indeterminismo cuántico resulta así, en apariencia, irreducible.

Hasta la década de los sesenta ése era el panorama, y el descrédito de las variables ocultas se encontraba muy extendido. Sin embargo, en 1964 el físico inglés John Bell le dio una vuelta de tuerca a la situación al concluir dos cosas, casi al mismo tiempo.[3] Bell mostró en primer lugar que uno de los axiomas de que se sirvió von Neumann para establecer su teorema, aunque matemáticamente muy natural y elegante, resulta físicamente demasiado limitativo y particular, por lo que el resultado de von Neumann en realidad sólo afecta a un conjunto muy reducido de posibles teorías de variables ocultas y, además, de poco interés físico. Desembarazado de esta forma del teorema de von Neumann, Bell se preguntó si algo sobrevivía, y dio con una respuesta singular, que es conocida precisamente con el nombre de *teorema de Bell*, que discutiremos a continuación.

El teorema de Bell

El teorema de Bell ha cumplido un papel central durante las últimas décadas en la discusión sobre los fundamentos de la mecánica cuántica, pues involucra varios de sus temas más conspicuos, como el indeterminismo, la no localidad, los estados entrelazados, entre otros. En la discusión que sigue nos limitaremos a presentar los elementos indispensables para el propósito de este trabajo.

Lo cualitativo

Cualitativamente, el teorema de Bell establece que existen situaciones cuánticas que pueden solucionarse sólo resolviendo la disyuntiva:

a) El sistema no acepta variables ocultas, es decir, el indeterminismo es inevitable.
b) Las variables ocultas son no locales, es decir, la no localidad es inevitable.

Ninguna de las dos alternativas es aceptable para un físico que cultiva el *realismo local*. A una teoría se le llama realista local si ofrece una descripción compatible con la noción de trayectoria espacio-temporal y la localidad de los efectos. El indeterminismo propio de la mecánica cuántica es incompatible con la noción de trayectoria, pues conocer la trayectoria significa conocer de manera simultánea velocidad y posición de la partícula, lo cual hemos visto es incompatible con la

[3] El libro de Bell (1993) recoge los artículos del autor sobre este tema y constituye una lectura particularmente iluminador.

descripción cuántica.[4] Si se desea recuperar la trayectoria, se hace necesario introducir variables ocultas, pero entonces ellas resultan no locales. De esta manera, el teorema de Bell se contrapone al realismo local y, aceptando –como es común– que la validez de este teorema y de la propia mecánica cuántica han sido verificadas experimentalmente, se concluye, y ésta es la afirmación usual en la literatura especializada, que *el realismo local ha sido refutado por el experimento.*

Los estados de los sistemas cuánticos que se utilizan para establecer el teorema de Bell son los llamados *estados entrelazados* (*entangled states,* a los que también se les llama estados enredados). Éstos describen un sistema compuesto por dos o más partes correlacionadas, pero sin que exista ya una interacción directa entre tales partes constitutivas. La correlación ha sido establecida por alguna interacción de estos elementos que se dio en el pasado y ha cesado debido a que tales partes se han separado lo suficiente como para que ya no exista efecto apreciable entre ellas.

Lo cuantitativo

Estados entrelazados. Como se ha dicho, los estados que se consideran para establecer las *desigualdades de Bell,* que son el antecedente directo del teorema de Bell, son estados entrelazados de dos o más partículas. Un estado entrelazado típico se describe con la función de onda siguiente (salvo un factor numérico, cuya omisión no altera el sentido de los resultados en nuestro contexto):

$$\Psi = \psi_1(+)\psi_2(-)-\psi_1(-)\psi_2(+). \qquad (1)$$

En esta expresión la cantidad ψ_1 es la función de onda (el elemento matemático que describe el estado en que se encuentra el correspondiente sistema cuántico) asociada a la partícula que ha sido llamada 1; la otra partícula que compone el sistema la llamamos 2 y queda descrita por la función de onda ψ_2. Se supone que las partículas 1 o 2 que componen al sistema estudiado pueden encontrarse en cualquiera de dos posibles estados (determinados por alguna propiedad que dejamos sin especificar por ahora), que hemos denotado como + o –. La naturaleza de esta variable es de poco interés por el momento, aunque más adelante le asigna-

4 Es usual en la literatura física decir que una teoría es realista si contiene una descripción detallada espacio-temporal de los eventos de su interés. Con este lenguaje, ejemplo prototípico de teoría realista es la mecánica clásica (cada partícula sigue una trayectoria bien determinada), y de teoría no realista, es la mecánica cuántica (sólo se pueden hacer predicciones estadísticas sobre el movimiento de las partículas).

remos un sentido físico concreto; lo que nos importa es que puede tomar sólo dos valores, que hemos representado arbitrariamente como + y –. Así, $\psi_1(+)$ dice que la partícula 1 tiene el valor + de la propiedad considerada, mientras que $\psi_2(-)$ señala que la partícula 2 tiene la propiedad referida con valor –. Por tanto, el término $\psi_1(+)\psi_2(-)$ corresponde al estado en que la partícula 1 tiene la propiedad +, mientras que a la partícula 2 corresponde –. Supondremos además que por el método de preparación del estado Y, queda eliminada la posibilidad de que ambas partes adquieran el mismo valor de la propiedad en cuestión, por lo que estados con + + o – – quedan descartados.

Si ahora nos fijamos en el segundo término del lado derecho de la ecuación (1), $\psi_1(-)\psi_2(+)$, vemos que corresponde al caso en que la partícula 2 tiene la propiedad +, mientras que $\psi_1(-)$ indica que la partícula 1 tiene la propiedad –. En otras palabras, se han intercambiado los papeles de ambas partículas respecto al término anterior. En una primera impresión, podría parecer que esto no es raro, pues este tipo de situaciones se dan aun con personas: el joven Alberto le cede el asiento a la señora Beatriz, con lo que sus estados (de pie, sentado) se intercambian. Si bien la probabilidad de que esto suceda en un autobús de la Ciudad de México no es particularmente alta, no es nula y el gesto no conduce a nada sorprendente. Pero las reglas de la mecánica cuántica son otras y una fundamental establece que la probabilidad que debemos asociar al estado descrito por la función de onda Ψ está dada por una cantidad proporcional a $\Psi^*\Psi$, que vale, según sigue de la ecuación anterior,

$$\begin{aligned}\Psi^*\Psi=&[\psi^*_1(+)\psi^*_2(-)-\psi^*_1(-)\psi^*_2(+)]\times[\psi_1(+)\psi_2(-)-\psi_1(-)\psi_2(+)]=\\=&\{[\psi^*_1(+)\psi_1(+)\times\psi^*_2(-)\psi_2(-)]\}+[\psi^*_1(-)\psi_1(-)\times\psi^*_2(+)\psi_2(+)]-\\-&[\psi^*_1(+)\psi_1(-)\times\psi^*_2(-)\psi_2(+)]-[\psi^*_1(-)\psi_1(+)\times\psi^*_2(+)\psi_2(-)].\end{aligned}\tag{2}$$

Para leer lo que nos dice esta expresión, la que se aplica en todo momento, es típica de la mecánica cuántica y se le encuentra en muchas de sus aplicaciones –en especial la física atómica, molecular y de estado sólido, lo que la hace de uso cotidiano–, vamos a utilizar primero una analogía. Como la mecánica cuántica describe el comportamiento de conjuntos estadísticos de sistemas equivalentes, proponemos considerar un gran conjunto de parejas equivalentes de libros, uno sobre el otro; en cada pareja uno de los libros es rojo (y le asignamos +) y el otro azul (y le asignamos –; los casos rojo-rojo o azul-azul están eliminados). Ahora denotamos con 1 al libro que está abajo y con 2 al de arriba (nivel 1 y nivel 2). En estas condiciones, el término $\psi_1(+)\psi_2(-)$ de la función de onda (1) indica que el libro que está abajo es rojo y el de arriba, azul, y así sucesivamente. Ahora podemos ver con qué probabilidad ocurre cada posible caso. En la ecuación (2) el término $\psi^*_1(+)\psi_1(+)\times\psi^*_2(-)\psi_2(-)$ (que hemos encerrado dentro de llaves {*xxx*} para mayor claridad) nos da la probabilidad de que en una pareja tomada al azar el libro de abajo sea rojo (factor $\psi^*_1(+)\psi_1(+)$) y el de arriba, azul (factor $\psi^*_2(-)\psi_2(-)$). El siguiente término $\psi^*_1(-)\psi_1(-)\times\psi^*_2(+)\psi_2(+)$ nos da la probabilidad complementaria, es decir, que el libro de abajo sea azul y el de arriba rojo. El resultado encontrado hasta aquí es el que esperaríamos si hay tantos libros rojos como azules y éstos han sido colocados en desorden completo (respetando la regla uno rojo, otro azul, naturalmente), por ejemplo. En otras palabras, hasta aquí tenemos una descripción estadística genuina, perfectamente inteligible y usual.

Pero la ecuación (2) posee otros dos términos que aún debemos tomar en cuenta, uno de los cuales contiene el sorprendente producto $\psi^*_1(+)\psi_1(-)$. Este término, más allá de algunas de sus características matemáticas poco satisfactorias (como el no ser por fuerza positivo o cero, como corresponde a una probabilidad, etcétera), tiene un sentido –si es que tiene algún sentido– confuso o misterioso, ya que uno de sus factores corresponde a libro inferior rojo, mientras que el otro caracteriza al libro inferior como azul. Tomado todo el término $\psi^*_1(+)\psi_1(-)\times\psi^*_2(-)\psi_2(+)$ el libro rojo (signo +) se encuentra arriba y abajo a la vez, y lo mismo sucede con el libro azul. O si se prefiere, el libro superior (2) es a la vez rojo y azul. El término restante de (2) es similar, y se obtiene del anterior intercambiando posiciones o colores. ¿Cómo podemos leer estas extrañas contribuciones a la probabilidad? Es claro que si se trata de libros –o de objetos clásicos en general–, términos como éstos simplemente no tienen sentido y no pueden aparecer en nuestros cálculos. Pero los átomos o los electrones –los corpúsculos cuánticos en general– no se arredran mucho frente a nuestra lógica o nuestra teoría de probabilidades, de tal manera que situaciones como la descrita resultan frecuentes. En este enrevesado comportamiento de los sistemas cuánticos radica una de las más profundas diferencias entre el mundo clásico y el cuántico, capaz de generar situaciones desde el punto de vista clásico ininteligibles y que podemos caracterizar al menos como paradójicas. Sin embargo, paradójicas o no, las necesitamos para describir el comportamiento de los átomos. Por ejemplo, el modelo propuesto por Einstein, Podolski y Rosen en 1935, llamado comúnmente paradoja EPR, no es sino una de las primeras instancias discutidas en la literatura que utiliza estas propiedades sorprendentes de los sistemas cuánticos entrelazados para poner en evidencia algunas de las dificultades conceptuales asociadas a esta teoría.[5] El teorema de

[5] En Laloë (2001) se discute con amplitud la paradoja EPR, entre muchos otros temas de interés para el presente artículo. De hecho, aquí este trabajo se usará como referencia en repetidas ocasiones.

Bell que discutiremos a continuación es otra de las instancias que aprovechan el amplio campo abierto por este singular comportamiento de los sistemas cuánticos para arribar a situaciones paradójicas y violatorias del comportamiento estadístico convencional –es decir, no cuántico.

Antes de continuar conviene detenerse en uno de tantos aspectos enrevesados a que conducen los estados cuánticos entrelazados: en las ecuaciones anteriores aplicadas a la analogía libresca, es fácil detectar elementos de no localidad en la descripción ofrecida. Hemos visto que el término anómalo de la ecuación (2) $\psi^*_1(+)\psi_1(-)\times\psi^*_2(-)\psi_2(+)=\psi^*_1(+)\psi_2(+)\times\psi^*_2(-)\psi_1(-)$ describe un libro rojo (+) que se encuentra en un estado deslocalizado, a la vez arriba (2) y abajo (1) (factor $\psi^*_1(+)\psi_2(+)$), y algo similar para el libro azul (factor $\psi^*_2(-)\psi_1(-)$). Si insistimos en ver el libro como rojo, no le podemos asignar posición ni arriba ni abajo sino que, en alguna forma, comparte ambas posibilidades. Si, por el contrario, insistimos en que el libro 1 está abajo (con lo que lo hemos "localizado"), desleímos con ello su color, pues se vuelve a la vez rojo y azul (factor $\psi^*_1(+)\psi_1(-)$). Ambas lecturas, absurdas en el mundo clásico, son en principio posibles cuando se trata del mundo cuántico.

El teorema de Bell. Las desigualdades y el teorema de Bell se expresan en términos de correlaciones de cierto tipo de variables dicotómicas de un sistema entrelazado de dos electrones. En la mecánica cuántica del electrón existe una variable propia de este corpúsculo que tiene precisamente la propiedad de poder tomar sólo dos valores (que corresponderían a los que identificamos arriba con + y –). Esta variable es la llamada proyección de espín, que mide el momento magnético del electrón en la correspondiente dirección. El momento magnético es un vector que puede adquirir diferentes orientaciones espaciales, pero en los corpúsculos cuánticos esta orientación está cuantizada, de tal forma que en el caso particular del electrón puede orientarse sólo "para arriba" o "para abajo" (lo que correspondería a + o –, respectivamente). Todas las orientaciones intermedias están vedadas. De manera incidental, éste es un ejemplo de la llamada *cuantización espacial,* otra instancia en que el comportamiento cuántico resulta profundamente contraintuitivo (desde la perspectiva de una intuición de inspiración clásica, por supuesto).

El dispositivo. Considere una partícula en reposo que tiene espín cero y susceptible de partirse de manera espontánea en dos mitades, cada una de las cuales porta un espín, s_1 y s_2, respectivamente. Como el espín original es cero y ésta es una variable que se conserva durante el decaimiento, por fuerza deberá ser $s_1+s_2=0$, es decir, $s_1=-s_2$. Por ejemplo, podría tratarse de una molécula que se rompe, o un pión que decae en dos electrones. Los detalles son de poca importancia, mientras las proyecciones de los espines resultantes puedan tener sólo dos valores, de tal manera que los estados entrelazados de las dos mitades queden descritos por la función de onda dada por la ecuación (1).[6] Las partículas resultantes se separan por la explosión, pero dejan de interaccionar entre sí una vez que se han alejado lo suficiente. A la partícula que viaja a la izquierda la llamaremos 1 y a la que viaja a la derecha, 2 (el momento total es cero, por lo que si una partícula se va a la izquierda, necesariamente la otra sale con el mismo momento, pero hacia la derecha).[7] Ahora vamos a medir la proyección del espín de la partícula 1 en alguna dirección arbitraria que llamamos *a*, lo que significa que vamos a medir la cantidad $s_1 \cdot a$.[8] De manera similar, medimos la proyección del espín de la partícula 2 con otro aparato, orientado éste en la dirección *b*, es decir, medimos la cantidad $s_1 \cdot b$, donde la dirección *b* se ha escogido de manera arbitraria e independiente de *a*. Por ejemplo, un operador prepara el aparato 1 y otro, incomunicado con el primero, ajusta el 2. Multiplicamos los resultados de ambas mediciones para obtener la cantidad $(s_1 \cdot a)(s_2 \cdot b)$. Repetimos este experimento un número grande de veces y sacamos el valor promedio $\overline{(s_1 \cdot a)(s_2 \cdot b)}$. Esta cantidad es lo que en los tratamientos estadísticos se conoce como la correlación entre las proyecciones de los espines; vamos a denotar esta correlación con $C(a, b)$, de tal manera que tenemos

$$C(a, b) = \overline{(s_1 \cdot a)(s_2 \cdot b)}. \qquad (3)$$

Los postulados y las desigualdades de Bell. Las desigualdades de Bell se establecen combinando varias de estas correlaciones calculadas en diferentes direcciones (lo más usual es combinar cuatro correlaciones y cuatro direcciones *a*, *b*, *a'*, *b'*, como se hace en la ecuación [4]). Aplicando las reglas de la teoría de probabilidades *bajo ciertas hipótesis muy bien especificadas*, se muestra que tales combinaciones pueden adquirir sólo valores numéricos comprendidos entre ciertos límites. Las hipótesis que se utilizan son las siguientes:[9]

[6] En la mecánica cuántica esto significa que los espines resultantes tienen valor 1/2 en unidades apropiadas (que es la constante de Planck). Pero en realidad todo lo que nos importa aquí es que la variable sea dicotómica para que la ecuación (1) tome en cuenta todas las posibilidades.

[7] Es claro que podrá haber partículas que salen en otras direcciones, por ejemplo, hacia el frente y hacia atrás. A tales partículas no las estamos tomando en cuenta, pues no llegan a los detectores que hacen las mediciones y no se cuentan. Sin embargo, éste es un punto muy delicado que más adelante tendremos que reconsiderar.

[8] Si el lector tiene dificultades con las matemáticas aquí usadas, simplemente considere la expresión $s_1 \cdot a$ como un símbolo que denota la proyección del espín de la partícula 1 en una cierta dirección marcada por el vector *a*, de longitud 1 (en unidades apropiadas).

[9] Los detalles pueden consultarse en el trabajo de Laloë (2001).

1. La mecánica cuántica acepta una descripción en términos de variables ocultas (que pueden ser en cualquier número, de cualquier naturaleza e incluso aleatorias) que permiten recuperar el determinismo en la descripción.
2. Las variables ocultas son locales.

El resto de hipótesis requeridas son meras aplicaciones directas y elementales de la teoría de probabilidades. A una teoría que satisface estos principios es común llamarla realista local. Un ejemplo de *desigualdad de Bell* (existen muchas) obtenida con estas hipótesis es el siguiente:

$$-2 \leq C(a,b) + C(a,b') - C(a',b) + C(a',b') \leq 2. \qquad (4)$$

Éste es un resultado matemático: si se cumplen todas las hipótesis mencionadas, es decir, si se cumple el realismo local, necesariamente debe cumplirse (4).

El teorema de Bell. Bell propone aplicar estos resultados a los estados cuánticos entrelazados descritos por la función de onda (1). Esto requiere que se utilice la función Ψ para calcular cada uno de los cuatro promedios $C(a, b)$, $C(a, b')$, $C(a', b)$, $C(a', b')$ que fueron medidos. Éste es el cálculo que *debe* aplicarse al experimento descrito arriba según las reglas de la mecánica cuántica, pues las dos partículas que decaen quedan precisamente en este estado entrelazado.[10] De hecho, el experimento discutido es un ejemplo de cómo puede producirse un estado entrelazado en el laboratorio.

Usando una vez más las reglas de la mecánica cuántica se demuestra sin dificultad que cada una de las cuatro correlaciones $C(a, b)$ toma un valor que depende sólo del ángulo entre los vectores *a* y *b;* en concreto resulta

$$C(a,b) = -\cos\theta_{ab}, \qquad (5)$$

donde θ_{ab} denota precisamente el ángulo mencionado. Combinando las dos últimas ecuaciones podemos escribir

$$-2 \leq -\cos\theta_{ab} - \cos\theta_{ab'} + \cos\theta_{a'b} - \cos\theta_{a'b'} \leq 2. \qquad (6)$$

En resumen: si es posible construir una versión realista local de la mecánica cuántica, entonces debe satisfacerse la ecuación (6) para toda posible selección de los cuatro ángulos involucrados.

[10] La razón de ello es que la partícula que viaja a la izquierda (que denotamos 1) tiene iguales posibilidades de portar el valor de la proyección de su espín + o el –, y algo análogo sucede con la partícula 2.

Sin embargo, no es complicado encontrar combinaciones de ángulos que violan (6). De aquí el teorema de Bell: no es posible completar la mecánica cuántica con variables locales que recuperen el determinismo. Se han realizado un número importante de experimentos que confirman que las desigualdades de Bell son violadas por los sistemas cuánticos entrelazados, con lo que usualmente se considera confirmada la refutación experimental del realismo local.[11] Algunos físicos han ido tan lejos como para considerar que con este tipo de experimentos se inaugura una nueva rama de la filosofía a la que han llamado *metafísica experimental.* Probablemente tal afirmación cause la sorpresa de algunos.

Discusión

La situación a la que hemos llegado nos coloca ante una disyuntiva poco atractiva para un físico de persuasión realista-local, pero excelente para uno de perspectiva ortodoxa: o aceptamos la mecánica cuántica como es, con sus paradojas y su indeterminismo (rechazando el postulado 1: no existen variables ocultas) o recuperamos el determinismo, pero a expensas de la localidad (rechazando el postulado 2: las supuestas variables ocultas son no locales). O indeterminismo, o no localidad, o ambos. Pero no realismo local.

Hasta aquí hemos presentado las cosas como se les entiende y discute en la literatura usual. Sin embargo, hay mucho que comentar al respecto. De hecho, la discusión anterior es en realidad un tanto viciosa. Vamos a intentar demostrarlo.

Escapatorias. Por un lado, el análisis exhaustivo de los experimentos efectuados hasta la fecha muestra que todo experimento sobre el teorema de Bell deja abierta alguna puerta hacia un escape que invalide la conclusión anterior. Hay varios tipos de problemas, pero aquí mencionaremos sólo un par de ejemplos. El primero es el más inmediato: estrictamente hablando, la desigualdad (6) *nunca* ha sido sujetada a prueba. Lo que se ha puesto a prueba son desigualdades cercanas a (6) pero diferentes, obtenidas para adaptar el resultado a las posibilidades técnicas actuales, pues la prueba experimental de las desigualdades de Bell es muy compleja y se encuentra en el límite de las posibilidades instrumentales contemporáneas. Ocurre, sin embargo, que la transición de la desigualdad (6) a la realmente probada implica siempre la necesidad de introducir nuevas hipótesis; basta rechazar estas últimas (que en general no son de naturaleza fundamental, pero tampoco simplemente verificables, o de plano inverificables) para invalidar la conclusión.

[11] Una discusión detallada puede verse en el trabajo de Laloë (2001). Para una discusión complementaria a la anterior, con énfasis en la crítica de los experimentos, véase el trabajo de Sulcs y Oppy (2000).

En el siguiente párrafo se hace referencia a una de estas hipótesis adicionales; el lector interesado en este punto, que es muy técnico, encontrará una discusión detallada en los trabajos de Marshall y Santos mencionados en las notas.

Otra fuente muy importante de dificultades es que durante el experimento sólo puede detectarse una fracción muy reducida de los eventos de interés. Las razones para ello son varias, y entre ellas debemos contar la baja eficiencia de los detectores (normalmente menor a 10% y, puesto que son dos independientes, la eficiencia total de detección se reduce a menos de 1% de los casos de interés). Otro factor importante (mencionado arriba) es que la mayoría de las partículas producidas no se dirigen hacia los detectores, los que se encuentran en una zona lejana y son de dimensiones relativamente pequeñas. Estos hechos obligan a que para estar en condiciones de realizar el promedio deba agregarse una hipótesis del tipo: la pequeñísima fracción de casos sí medidos respecto del total de casos reales es representativa de este total, es decir, la muestra medida es una réplica fiel del total de casos. Pero esta hipótesis es equivalente a suponer que las variables ocultas, de existir, son independientes de las direcciones a, b, etc., que es lo que se desea probar, por lo que su introducción es ilegítima, o, al menos, reduce de manera significativa el tipo de teorías a las que la prueba se aplica.[12]

Sin embargo, y pese a su importancia, no es éste el punto central de este trabajo, por lo que no insistiremos más en este tema.

Futilidad del teorema de Bell. El punto crucial, y que arroja una luz diferente sobre el tema en discusión se centra en la expresión (5). Para ver esto, reconsideremos el experimento. El ayudante Alberto se va al aparato de la izquierda y lo ajusta para que mida la componente del espín de la partícula 1 en la dirección arbitraria a, que él escoge libremente, pero sólo él conoce, pues no lo comunica a nadie. A su vez, Beatriz hace algo similar con la partícula 2 y el detector de la derecha, ajustándolo para que mida en alguna otra dirección b que sólo ella conoce. Hechos estos ajustes, el doctor Q, jefe del proyecto, mide la correlación $C(a, b)$ y obtiene el valor $-\cos\theta_{ab}$. En apariencia los experimentos verifican que éste es el caso y, si creemos en la mecánica cuántica, que ha dado millones de resultados correctos y no ha fallado nunca, podemos tener fe racional, valga la contradicción, en esta conclusión. Pero para calcular el coseno del ángulo θ_{ab} necesitamos conocer ambas direcciones a y b, que se encuentran en aparatos separados y aislados uno

[12] Una discusión (técnica) sobre estos puntos puede verse en Sulcs y Oppy (2000). Una discusión general del mismo tema puede verse en el excelente artículo de Laloë (2001). A pesar del gran número de referencias que contiene este último trabajo, hay una laguna relativa al análisis crítico de los experimentos para probar las desigualdades de Bell, lo que puede compensarse parcialmente recurriendo a los autores adicionales citados en el trabajo de Sulcs y Oppy (2000) y a Marshall y Santos (2002: 683).

del otro (quizá hasta en diferentes habitaciones). Ni Alberto, ni Beatriz ni el doctor Q pueden hacer este sencillo cálculo en principio, pues para ello *requieren información no local:* conocer cada uno la dirección relativa entre los dos vectores arbitrarios e independientes (a distancia que puede ser de muchos metros), información que ninguno de los tres posee de manera completa. La conclusión es simple: *el resultado cuántico (5) obtenido al promediar* $(s_1\cdot a)(s_2\cdot b)$ *sobre el estado entrelazado (1) es no local*. Es muy importante observar que esta conclusión es estrictamente cuántica, totalmente independiente de las hipótesis 1 y 2 anteriores, es decir, de la existencia o no de variables ocultas. Esto muestra que la mecánica cuántica es en efecto no local en sí misma, y estas no localidades son las que se expresan en la violación de las desigualdades de Bell. Luego basta probar que se cumple (5) (como en apariencia es el caso) para mostrar que la mecánica cuántica *tal cual* es (es decir, sin variables ocultas) contiene elementos no locales.

Para aclarar un poco más las cosas, supongamos que en vez de promediar sobre el estado entrelazado (1) (que, según hemos visto, contiene elementos de no localidad), lo hacemos sobre un estado libre de estas dificultades. Un ejemplo sencillo sería un estado separable Φ –que equivale a local en el presente contexto– que tiene la forma

$$\Phi=\psi_1(+)\psi_2(-). \tag{7}$$

En el análogo libresco, esta expresión diría que en *cada* pareja de libros el de abajo es rojo y el de arriba es azul, siempre. Las diferencias que podría haber de caso en caso se referirían a otras características no especificadas por esta función de onda y que podrían variar con libertad, como el tamaño de los libros, su orientación, el tema que tratan, la lengua en que están escritos, etcétera, hasta producir todos los posibles casos del conjunto estadístico considerado. Si el promedio de $(s_1\cdot a)(s_2\cdot b)$ se hace usando esta función de onda se obtiene

$$C_{\text{local}}(a,b)=\overline{(s_1\cdot a)}\,\overline{(s_2\cdot b)}=-\overline{(s_1\cdot a)}\,\overline{(s_1\cdot b)}=-\cos\theta_{s_1a}\cos\theta_{s_1b}, \tag{8}$$

donde θ_{s_1a} es el ángulo entre el vector a y el vector s_1, y análogamente θ_{s_1b} es el ángulo entre el vector b y el vector $s_2=-s_1$. Ahora cada vector se proyecta en la dirección del correspondiente espín, resultado que es por completo local, pues cada una de las dos operaciones requeridas para calcular esta cantidad es independiente de la otra y ambas pueden efectuarse de modo simultáneo y a cualquier distancia, sin que se requiera la transferencia de ninguna información (y menos de manera instantánea), contrario a lo que requeriría un resultado no local como (5). En efecto, Alberto está en condiciones de calcular el factor $\theta_{s_1 a}$, a la vez que Beatriz puede determinar $\cos\theta_{s_1 a}$ sin que ninguno de los dos requiera para ello información del otro.

Conclusión

Como se plantea aquí, el problema de la no localidad cuántica adquiere una perspectiva diferente de la usual, que podemos resumir con las siguientes conclusiones.

1. La mecánica cuántica en su versión usual es una teoría no local. En particular, los estados entrelazados son portadores de información no local y en esto radica una parte importante de sus propiedades sorprendentes.

Como elemento adicional para reforzar esta conclusión podemos agregar un ejemplo muy simple, pero a la vez muy general, de comportamiento cuántico no local. El teorema de Ehrenfest de la mecánica cuántica establece, entre otros resultados, que la aceleración del centroide $\bar{x}$ (es decir, de la posición media) de un paquete de partículas cuánticas sigue la ley

$$m\,\frac{d^2\bar{x}}{dt^2} = \overline{f(x)}, \tag{9}$$

donde $f(x)$ representa la fuerza que actúa en el punto x. Esta expresión parece tener la forma de la segunda ley de Newton de la mecánica clásica. Pero esto es sólo aparente, ya que entre ambas leyes hay una diferencia profunda, pues mientras esta última es estrictamente local (la aceleración de una partícula clásica está determinada por la fuerza que actúa en el punto en que se encuentra la partícula), y se escribe en la forma

$$m\,\frac{d^2\bar{x}}{dt^2} = f(\bar{x}), \tag{10}$$

la ecuación (9) es *esencialmente* no local, pues la aceleración del punto del paquete que se encuentra localizado en el centroide $\bar{x}$ está determinada por el promedio de la fuerza en *todo* el espacio, $\overline{f(x)}$, que en general es diferente de la fuerza en el punto $\bar{x}$, $f(\bar{x})$. En otras palabras, hasta la fuerza que actúa en regiones muy alejadas de x puede contribuir a su aceleración, si acaso lo hace de manera apreciable a la fuerza promedio. Por ejemplo, si aumentáramos la fuerza lejos de $\bar{x}$ en tal forma que la fuerza media se incrementara, también lo haría con ello la aceleración de x, pese a lo alejado de la acción.[13]

[13] Este resultado es producto de que la mecánica cuántica brinda una descripción estadística del

2. Este comportamiento no local es totalmente independiente de cualquier noción de variables ocultas, pues está incluido en expresiones básicas como la ecuación (5), es decir, tiene su origen en el entrelazamiento y no en supuestas variables ocultas. Esto significa, además, que en las pruebas del teorema de Bell *no está en juego el realismo local* sino sólo la localidad. El problema del realismo local se disuelve en estos experimentos y la pretendida metafísica experimental queda aún por nacer.

3. Las desigualdades de Bell no son requeridas para demostrar la existencia de la no localidad cuántica, pues para ello basta una sola de las correlaciones $C(a, b)$. Es claro que combinaciones arbitrarias de estas correlaciones pueden violar cualquier condición derivada de la demanda de localidad, ya que cada una de ellas porta información no local.

4. El problema se reduce en esta forma a entender el origen y significado de la no localidad cuántica y, en particular y de manera muy importante, la portada por los estados entrelazados. La teoría cuántica se ha preocupado muy poco por este problema, aunque desde 1935 Schrödinger insistió en su trascendencia para elucidar las peculiaridades contraintuitivas de la mecánica cuántica. Un intento de solución a este problema lo ofrece una teoría alterna conocida como *electrodinámica estocástica*, en la cual se postula que los fenómenos cuánticos tienen su origen en el hecho de que el espacio está ocupado por un campo electromagnético mínimo (llamado de vacío) fluctuante. Se espera que la inevitable y permanente interacción de los electrones y demás corpúsculos cuánticos con este campo esté en la base de su comportamiento estocástico y cuántico (lo que vendría a explicar el aparente indeterminismo observado), además de que sirva de intermediario entre partes del sistema que, de no existir tal campo, estarían aisladas entre sí. Por ejemplo, en el caso del experimento de Bell, sería la interacción entre las partículas a través del campo la que generaría la correlación entre sus orientaciones. En esta forma tanto la no localidad como el indeterminismo resultarían ser meramente aparentes y debidos a la omisión del elemento que les da origen y soporte en la descripción cuántica actual.[14]

comportamiento del sistema. Un resultado análogo ocurre en cualquier descripción estadística, lo que significa que interpretar los resultados estadísticos en términos de *una* partícula (como sucede en la interpretación ortodoxa) en vez de un conjunto estadístico de partículas (como es el caso en la interpretación de ensemble de la mecánica cuántica) conduce de inmediato a caer en un comportamiento no local.

[14] La electrodinámica estocástica constituye una propuesta en elaboración por diversos autores. Una introducción (técnica) al tema puede verse en de la Peña y Cetto (1996). Una explicación clara y similar a la aquí dada del origen de la no localidad en el entrelazado de los elementos del sistema en experimentos para probar las desigualdades de Bell puede verse en el artículo (técnico) *What is Entanglement?* de E. Santos consultado en internet en arXiv:quant-ph/0204020 v1

Bibliografía

Bell, J. S.

1993 *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, Cambridge University Press.

F. Laloë, Am. J.

2001 "Do we really understand quantum mechanics? Strange correlations, paradoxes, and theorems", en *Phys.*, núm. 69, pp. 655-701.

Marshall, T. W., y E. Santos

2002 "Semiclassical optics as an alternative to nonlocality", en *Recent Res. Devel. Optics*, núm. 2, p. 683.

Peña, L. de la, y A. M. Cetto

1996 *The Quantum Dice. An Introduction to Stochastic Electrodynamics*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Sulcs, S., y G. Oppy

2000 "The rejection of local realism is premature", en *Found. Phys. Lett.*, núm. 13, pp. 521-541.

Wrick, David

1996 *The Infamous Boundary. Seven Decades of Heresy in Quantum Physics*, Copernicus Books, Nueva York.