Aplicaciones de los conceptos de programación lineal a áreas no cuantitativas de la administración

Héctor Noriega

El contenido de este artículo es eminentemente pedagógico y se inserta en el modo universitario de formación de administradores. Considero que mi reflexión sobre la enseñanza de la Programación Lineal puede aportar elementos para la comprensión de la problemática del aprendizaje universitario de la Administración, porque creo que la relación que los estudiantes establecen con el conocimiento matemático de la materia que imparto, es un caso particular de la relación que establecen con el conocimiento en general. Para mí, el caso del aprendizaje de las matemáticas es la "punta del iceberg" formado por los esquemas de acceso al conocimiento de los alumnos de carreras universitarias de Ciencias Sociales.

Según mi visión personal, hay dos cuestionamientos que sintetizan la problemática a que me refiero: la dificultad del contenido y la inaplicabilidad de la materia en la práctica profesional; y este artículo pretende aportar elementos para responder a ellos en la práctica educativa.

La reflexión en torno al tema se conduce conforme a cuatro grandes áreas: la Pscicopedagogía en relación con las teorías de aprendizaje; la didáctica de la matemática; el área de conceptos y problemas de la Administración; y la Epistemología como englobadora de problemas y métodos generales del pensamiento científico y de la Matemática en particular.

La estructura del trabajo está determinada por estas cuatro áareas aun cuando el orden capitular no corresponde a ellas. En primer término aparece la sección que especifica, a qué se llamará conceptos de programación lineal y áreas no cuantitativas de la administración. En segundo lugar, se tratarán las implicaciones de las actuales teorías de la psicología cognoscitiva y la epistemología genética, para el aprendizaje de la programación lineal, sección que demuestra la importancia del tema; y por último se hace el análisis de las aplicaciones dividido en dos partes: el uso de la matemática numérica en áreas no cuantitativas y la aplicación particular de conceptos generales de programación lineal.

1. Determinación de los términos: Conceptos de programación lineal y Areas no Cuantitativas de la Administración

Para especificar a qué me refireré, durante este escrito, como áreas no cuantitativas, consideraré como conocido lo que es la Administración como disciplina científica y como actividad profesional.

Para caracterizar el área que nos interesa es posible pensar que el campo de la administración puede dividirse en dos clases, sin elementos comunes y con fronteras difusas: la clase de lo cuantitativo y la clase de lo no cuantitativo. Cada una de ellas es complementaria de la otra en el dominio de lo Administrativo, hecho que utilizaré al determinar lo no cuantitativo por la determinación de lo cuantitativo.

El criterio socialmente aceptado para identificar lo cuantitativo proviene de los griegos para quienes el número, la cantidad y la distancia eran conceptos asociados, por lo que se ha denominado cuantitativo a todo aquello en que aparecen números y por tanto matemáticas. Pero a partir del surgimiento de la Matemática Moderna y con los estudios sobre los fundamentos de la Matemática, esa vieja asociación se ha roto y en palabras de B. Russell: "la separación entre cantidad y número es completa, cada uno es totalmente independiente del otro".[1] Para enfatizar esta separación, puede observarse que existen cantidades como las lógicas que quedan fuera de lo tradicionalmente llamado cuantitativo; y por otro lado, al considerar la reflexión de Russell, queda abierta la posibilidad de que existan áreas en que aun apareciendo números sean realmente no cuantitativas. Esta situación que muestra la impresión del término Area Cuantitativa nos obliga a establecer un nuevo criterio.

A partir de este momento me referiré a Area Cuantitativa de la Administración como la subclase del campo administrativo que tiene como "objeto de estudio" o como "objeto de acción profesional" a objetos cuantificables. Reduciendo el problema de identificar el área al de identificar los objetos que la componen. Me referiré a estos objetos con el término "problemas de carácter cuantitativo". Todo lo dicho en relación a lo cuantitativo puede traducirse, aprovechando la característica de complementariedad, a lo no cuantitativo.

Los problemas llamados cuantitativos no se identifican por el hecho de involucrar cantidades, sino porque las magnitudes que los determinan pueden medirse objetivamente. Entendiendo por medir el establecimiento de una correspondencia biunívoca entre el dominio de las magnitudes del problema y el conjunto de los números reales o un subconjunto de él. Siendo esta medida objetiva en el sentido de la Física.[2] En términos de J. Piaget el problema cuantitativo es aquel en que la clase de magnitudes admite una unidad a partir de la cual y por procesos iterativos pueden obtenerse las demás.[3]

[1]RUSSELL, Bertrand. *Los Principios de la Matemática*. p. 194.

[2]PIAGET, Jean. *Ensayo de Lógica Operatoria*. p. 94.

[3]Ibidem., p. 94.

Con esta aclaración, englobamos en el área cuantitativa a lo que tradicionalmente se ha llamado así, pero liberamos a la matemática numérica para disponer de ella en problemas de carácter no cuantitativo.

Al hacerlo también definimos una estrategia para la búsqueda de aplicaciones que nos interesan: trataremos de encontrar problemas en que la medida subjetiva de sus magnitudes no impide, sino muchas veces permite, el análisis de dichas magnitudes y la posible solución del problema, mediante métodos propios de la matemática numérica asociada a la programación lineal.

La medida subjetiva es de hecho una estimación, ya que puede definirse como el establecimiento de una relación biunívoca entre magnitudes de problema y números, relación que será única según el sujeto que la establezca.

Para concluir lo relativo al área no cuantitativa es necesario evitar dos posibles equívocos que se imponen a nuestra mente como producto obvio de nuestra experiencia, me refiero, por un lado, a la posible coincidencia entre la clase de lo cuantitativo y alguna de las Areas Funcionales de la Administración, y por otro, a la relación de lo no cuantitativo con las subáreas definidas en el "Departamento" de Administración de la UAM-I.

En el primer caso es fácil ver que cualquier área funcional incluye problemas de ambos tipos, cuantitativos y no cuantitativos, y ni aun el área de Personal está exenta de esta dualidad. Tampoco existe una deseable coincidencia entre la clase de lo no cuantitativo y las fases o etapas del llamado Proceso Administrativo.

En relación al caso de la UAM-I basta con ver que fuera del área cuantitativa existe el área de Finanzas para terminar con la posibilidad de una feliz coincidencia.

Queda hablar del término "Conceptos de programación lineal", a lo que dedico los siguientes párrafos. Quizá la mejor forma de aclarar el significado que daré a este término sea presentando algunos ejemplos. Al buscar entre los conceptos de la programación lineal hallaremos los conceptos de espacio lineal y espacio vectorial, lo que me permitirá usar el concepto de espacio en su acepción más general, el espacio de Riemann como conjunto de fenómenos homogéneos. Un segundo ejemplo es el caso de función lineal de donde *sacaré* el concepto de función, pero como sabemos que tras el término función existe tanto el concepto del estudiante de secundaria como el concepto utilizado en los lenguajes funcionales de programación de computadoras, será necesario explicar cuál de ellos se utiliza en cada caso. No será válido utilizar conceptos de otras disciplinas que sean identificables con el mismo término, así en el caso de espacio no se usará el concepto de "universo físico" y en el caso de función no se utilizará como "tarea administrativa".

En el párrafo anterior se incluye de manera implícita la segunda estrategia de búsqueda de aplicaciones: Seleccionar un concepto de la programación lineal y buscar el concepto general desde el cual puede desprenderse el concepto original mediante una restricción adicional. Al concepto producto de la generalización se le aplicarán restricciones apropiadas a algún objeto del área no cuantitativa de la administración para generar un concepto particular aplicable a esa área.

Esta estrategia queda dentro del espíritu de otros autores que han intentado la aplicación de las matemáticas a las ciencias sociales. Claude Flament es un caso ilustrativo y en la introducción a su libro "Teoría de Grafos y Estructuras de grupo" dice: "Aunque las estructuras matemáticas son especialmente ricas —tienen numerosas propiedades y altamente complejas— raras veces se puede mostrar que un hecho de comportamiento posee tales propiedades; y aún es más raro que la cuestión llegue a plantearse; por ello pocas veces es legítimo un modelo numérico. En consecuencia matematizaremos problemas de las ciencias del comportamiento por medio de estructuras más pobres, con menos propiedades y más simples de modo que sean fácilmente identificables con la realidad".[4] Al incluir esta nota deseamos claramente mostrar que con la estrategia sleccionada estaremos "debilitando" los conceptos de la programación lineal pero deberemos aumentar su aplicabilidad.

A fin de evitar que la generalización nos conduzca al campo de lo indefinido nos restringiremos a conceptos generales reconocidos como científicos y preferentemente dentro del ámbito de la Matemática, y sólo en el caso de aportaciones a la didáctica pasaremos por la analogía *no formal* y aún la metáfora a otros campos.

Continuando en el dominio de las restricciones buscaremos mantener también la segunda característica que ha hecho de la Investigación de Operaciones lo que actualmente es: la utilización de la computación. Por tanto puede verse que si bien rompemos el límite de lo numérico y debilitamos los conceptos de la programación lineal, quedaremos dentro de los límites establecidos por la matemática no numérica, la lógica simbólica y los lenguajes para manipulación de símbolos por la computadora (LISP).[5]

Por último, reflexiónese en si lo dicho hasta aquí, la proposición "aplicaciones de los conceptos

[4]FLAMENT, Claude. *Teorías de Grafos y Estructuras de Grupo*, p. 9.

[5]WINSTON, Patrick y Horn, B.K.P. *LISP*.

de la programación lineal a las áreas no cuantitativas de la administración" es realmente una contradicción y este escrito sería inválido.

2. Análisis del Tema desde la Psicopedagogía y la Epistemología

Para introducirnos a esta sección que es de hecho la justificación de la existencia de este escrito, seleccioné una cita que muestra el grado de difusión que actualmente tienen las teorías del aprendizaje provenientes de la psicología cognoscitiva y que están destinadas, a mi modo de ver, a modificar sustancialmente nuestros sistemas pedagógicos. La cita es del último número de la revista Comunicación e Informática la cual puede calificarse de revista de divulgación Científica no especializada en Psicología:

> "Algunos psicólogos de la escuela cognoscitiva, por ejemplo Ausubel (1968: 127-133), DeSecco y Crawford (1974, ch3) y otros, consideran que los conocimientos presentes en la estructura cognitiva del hombre son el factor individual más importante para determinar si se podrán aprender y entender nuevos conocimientos y también para determinar en qué grado serán aprendidos y entendidos. La Teoría general que le sirve de base sostiene que todo aprendizaje nuevo y significativo depende de la existencia de ideas fuertes y estables; ideas retentivas en la estructura cognoscitiva del educando, sostienen que es a estas ideas que el nuevo conocimiento se puede fijar".[6]

Para reforzar el hecho de la popularidad de estas concepciones pueden consultarse el número tres y cuatro del curso básico para formación de profesores de ANUIES dedicados a la organización de los contenidos; ambos libros se apoyan en las mismas teorías del aprendizaje llegando a utilizar términos como "Red Conceptual".[7]

Pero la popularidad sería un contra-argumento a la importancia del tema si estas teorías carecieran de una base científica sólida, y para salvaguardarnos de este riesgo empezaré por decir que las investigaciones realizadas durante cincuenta años por Piaget arrojan las mismas conclusiones. En una de las ocasiones en que habla de ello refiriéndose al equilibrio de las estructuras cognitivas, Piaget dice: "la parte de construcción que conlleva consiste en la elaboración de operaciones que se montan sobre los precedentes, de relaciones de relaciones, de regulaciones de regulaciones, en suma de formas nuevas que se constituyen sobre las formas anteriores y las engloban a título de contenido".[8]

Si aceptando este enfoque y en términos de Ausubel determináramos, si los conceptos de la programación lineal pueden ser aprendidos y entendidos por los estudiantes de Administración de la UAM-I, será difícil hallar los conceptos matemáticos requeridos entre las denominadas ideas fuertes y estables de los estudiantes, afirmación que no puedo sustentar en estadísticas pero que la experiencia de trabajo en la educación media me lleva a aceptar, más aún cuando esta conjetura se ve apoyada en hechos como tener estudiantes de la materia de Investigación de Operaciones que tienen dificultades

[6]ORBACH, Eliezer. *"Algunas consideraciones teóricas sobre la evaluación de los juegos de Simulación de carácter Instructivo"* en *Comunicación e Informática*, Vol. 3, No. 5, p. 5.

[7]IBARRA, José Humberto. *Organización Psicológica de Experiencias de Aprendizaje*. p. 83.

[8]PIAGET, Jean. *La Equilibración de las Estructuras Cognitivas*. p. 182.

con los signos al realizar sumas de monomios, situación que adquiere una dimensión alarmante al tener en cuenta que estos mismos alumnos han acreditado materias como Cálculo Diferencial e Integral y Estadística. Por lo cual planteo como una hipótesis para mi trabajo docente que no es en los conceptos matemáticos que los estudiantes de Programación Lineal debieron aprender en materias previas en las que puede fundamentarse su aprendizaje.

Con lo anterior puede iniciarse la explicación de la interrogante sobre la dificultad e incomprensibilidad de la programación lineal, pero queda aún por responder, ¿qué hacer entonces?, ¿en qué fundamentar el aprendizaje, si no es posible hacerlo en aquellos conceptos que desde el punto de vista matemático se fundamenta el conocimiento, tema de la materia?

Para responder a esta pregunta requerimos avanzar más allá del planteamiento anterior, pues si en él encontramos el fundamento teórico de que unos conceptos se derivan de otros ya formados, nos queda aún por comprender cómo es que esto se realiza. La incomprensión de la dinámica de este proceso es un vacío que se encuentra en la mayoría de las teorías del aprendizaje, y el mismo Piaget no emprende su estudio sino hasta sus últimos años de investigación (1975) y con el apoyo del centro de epistemología genética ya maduro.

Ante la necesidad que este vacío plantea al docente y al pedagogo, éstos se han acercado a la matemática y a la lógica y han tomado de ellas a la deducción como explicación del proceso de formación de conceptos, y con este modelo en las manos han diseñado planes de estudio rigurosamente seriado y organizado su enseñanza de la misma forma.

Para mostrar las ideas de Piaget en torno al proceso de formación de conceptos, he seleccionado una secuencia de cuatro citas tomadas de las conclusiones de su estudio experimental sobre los orígenes del proceso de equilibración. La primera cita que aparece a continuación, muestra el grado de generalidad que Piaget concede a este proceso:

> "la equilibración de las afirmaciones es un problema general para todo pensamiento en desarrollo, a partir de sus primeros balbuceos en su primera infancia y hasta las transformaciones y dudas de rango superior que pueden caracterizar las fases de transición y de invención características del devenir científico en sus periodos de renovación o crisis".[9]

Queda claro que el problema de adquisición de conceptos de programación lineal, no es un problema desconectado del proceso social de formación de conceptos, el cual además tiene mecanismos comunes al desarrollo de nociones no escolares. La siguiente cita se centra en el origen mismo del proceso de equilibración:

> "las oposiciones entre contenidos o esbozos funcionales de contradicción dependen de intuiciones, es decir de sentimientos subjetivos, de los desequilibrios de acciones insuficientemente o no conceptualizadas".[10]

Palabras de enorme valor para nosotros al mostrarnos el estatus cognitivo de la intuición y la subjetividad. Regresemos pues al proceso mismo y obsérvese el valor que ahora se le da a las nociones previas y a la contradicción:

[9]PIAGET, Jean. *Investigaciones sobre la contradicción.* p. 344.

[10]PIAGET, Jean. *Investigaciones Sobre la Contradicción.* p. 67.

> "Analizando las contradicciones se comprueba que resultan de la utilización de nociones muy globales y mal definidas cuyas ambigüedades serán eliminadas por procesos ulteriores, o de nociones que sin ser falsas se conciben como demasiado generales, cuando no se aplican sin retoques o diferenciaciones a los nuevos campos explorados".[11]

Atiéndase particularmente al hecho de que a las contradicciones, que exigen al sujeto la formación de nuevos esquemas, no se accede por procesos deductivos aún cuando el observador externo pueda mostrar su existencia mediante la formulación lógica. Por último centrémonos en el proceso mismo de conceptualización o de superación de la contradicción en términos del propio Piaget:

> "Las superaciones parece que se efectúan siempre según dos procesos solidarios, uno extencional y el otro intencional, ampliación del referencial y relativización de las nociones".[12]

Estos dos procesos son los que deberán ocupar el lugar otorgado a la deducción en la didáctica y la pedagogía.

Como conclusión de esta presentación piénsese en que las relaciones de derivación entre conceptos no son de carácter deductivo, que la intuición y la subjetividad juegan un papel trascendente como origen del desarrollo conceptual y que el mecanismo de este desarrollo es común al individuo y a las ciencias. Conclusiones que justifican la estrategia planteada en la sección anterior y que serán reforzadas en el campo de las matemáticas al presentar las ideas de G. Polya.

George Polya es uno de los matemáticos que han reaccionado contra el equívoco del aprendizaje por la relación deductiva entre conceptos. En su obra "Matemáticas y Razonamiento Plausible"[13] encontramos las siguientes palabras, que quisiéramos hacer nuestras al referirnos a la programación lineal:

> "Todos sabemos que las matemáticas ofrecen una excelente oportunidad de aprender el razonamiento demostrativo, pero yo sostengo también que no hay materia en los programas usuales de la escuelas que ofrezca una oportunidad igual de aprender el razonamiento plausible. La obra matemática se nos presenta, una vez terminada, como puramente demostrativa, consistente en pruebas solamente, no obstante esta ciencia se asemeja en su desarrollo al de cualquier otro conocimiento humano. Hay que intuir un teorema matemático antes de probarlo, así como la idea de la prueba antes de llevar a cabo los detalles. Hay que combinar observaciones, seguir analogías, probar una y otra vez. El resultado de la labor demostrativa del matemático, es el razonamiento demostrativo, es la prueba, pero ésta a su vez es descubierta mediante el razonamiento plausible, mediante la intuición. Si el aprendizaje de las matemáticas refleja en algún grado la invención de esta ciencia, debe haber en él un lugar para la intuición, para la inferencia plausible".

La importancia que concedo a este párrafo es tal, que me he visto tentado a comentarlo casi renglón por renglón, pero ante la imposición por su

[11] Ibidem., p. 343.
[12] Ibidem., p. 324.

[13] POLYA, GEORGE. *Matemática y Razonamiento Plausible.* p. 14.

riqueza, de reducir su impacto al disgregarlo, he preferido reproducirlo intacto, y únicamente comentaré dos aspectos. Es notable que las conclusiones de Polya sobre la intuición en la labor del matemático se ven reforzadas por las conclusiones de Piaget, a sus estudios experimentales sobre los procesos generales del desarrollo conceptual. La misma relación guardan ambos autores en lo relativo a la existencia de mecanismos comunes de desarrollo entre ciencia y matemática. Piaget lleva esta relación hasta los procesos más primitivos del desarrollo.

Estos párrafos forman ya un buen marco teórico para la comprensión y ataque de las dos grandes interrogantes planteadas: incomprensibilidad y aplicabilidad del conocimiento matemático. Los conceptos serán incomprensibles en tanto no se fijen a ideas fuertes del sujeto, una forma de lograr este anclaje es que el sujeto los intuya antes de conocerlos y los forme relativizando las nociones que ya posee. Si se procede de esta manera los conceptos obtenidos podrán fácilmente convertirse en "ideas fuertes' generadoras de nuevas intuiciones y bases para nuevos conceptos, es decir se volverán aplicables. Por tanto las siguientes secciones del trabajo deben explicitar los procesos que se esperan de los estudiantes al tomar este enfoque.

Por la importancia que a partir de este momento concedo a la intuición, por la escasez de conocimiento científico en relación a ella y por la alarma que crea entre los profesores no entrenados cuando sus alumnos se comportan así, haré aún dos citas más. La primera es de Kauffman, matemático que ha estudiado los procesos de creación y que refuerza al nivel de la didáctica los planteamientos anteriores. La segunda es sobre la actual controversia entre constructivismo y funcionalismo en matemáticas y que espero nos ubique nuevamente en la dimensión epistemológica del problema de la intuición.

Empecemos pues por Kauffman, que al hablar del método sinéctico dice:

> "después de un cierto número de sesiones de trabajo nos hemos dado cuenta, que el espíritu, en un estado de esfuerzo mental y de atención, tiende instintivamente a tomar conciencia de un objeto no englobado en una definición exacta, cuyo ideal es el rigor y la consición, sino rodeándolo de una multitud de imágenes analógicas cuyo conjunto forma una condición de excepcional riqueza. Las imágenes se dieron en desorden exponiéndose o complementándose unas con otras. Pero bajo este aparente desorden se oculta una estructura. En efecto, cada imagen o cada grupo de imágenes, estaba en relación con otras, y, por otra parte, se podían encontrar en la lista imágenes absolutamente opuestas unas a otras"[14]

Así pues es bajo este proceso de aparente caos, que los conceptos se forman, aunque no se definen y es en él en donde se manifiestan las ideas fuertes en que los nuevos conceptos se fijan. La siguiente sección deberá dar elementos a maestros y alumnos para contender con ese caos y extraer de él la estructura que les sea útil para el aprendizaje de la programación lineal.

El siguiente párrafo con el cual concluye esta sección habla del hacer del matemático, pero a estas alturas del escrito es fácilmente traducible al caso del aprendizaje y la enseñanza. Empecemos reconociendo el origen de la división entre el conocimiento matemático y otros tipos de conocimiento, división que al nivel del salón de clase ha sido característica de nuestras universidades.

[14]KAUFFMANN, A., et. al. *La Inventica.* p. 226.

"...desde tiempos de Platón ha sido creencia general que la matemática existe con independencia del conocimiento humano y que por tanto posee un carácter de verdad absoluta, en tal caso el trabajo del matemático consistiría en descubrir esa verdad"[15]

según la postura opuesta:

"el trabajo del matemático no es descubrir la matemática sino inventarla" y en el caso del estudiante es reinventarla para él:
"la cuestión de si la matemática se descubre o se crea no es ociosa, según la respondan los matemáticos tendrán enfoques totalmente divergentes sobre cómo debería desarrollarse el trabajo de investigación. En particular la creencia de que la matemática se inventa ha surgido de la controvertida teoría conocida como matemática constructivista, en la que se sostiene, que para probar que un objeto matemático existe es necesario probar cómo puede construirse"[16]

Al nivel de la docencia este párrafo ilustra de cómo debería desarrollarse el trabajo de aprender matemáticas, en el cual para saber si un objeto matemático se ha aprendido, existe para el sujeto, éste debería mostrar cómo lo construye.

"En la actualidad la matemática ha continuado dependiendo del método axiomático pero en nuestro caso tal método ha sido aplicado a objetos que carecen de cualidades intuitivas de la constructibilidad de la geometría en Euclides. Para la escuela constructivista tales aplicaciones del método han despojado de significado a la matemática"[17]

En el caso de nuestra enseñanza, al hacerla dependiente de la prueba y el algoritmo hemos también despojado a la matemática de significado:

"es admitido por todos que la capacidad matemática procede de la habilidad de la mente humana para combinar razón e intuición y no obstante la vitalidd y vigor de la matemática emana sobre todo de la intuición".[18]

He concluido con esta cita que nos regresa al valor de la intuición. Reflexionando sobre lo que acontece en el medio educativo, sabemos que la afirmación es admitida por los maestros pero pocos son los que se comportan conforme a su creencia.

Para concluir esta sección, que resultó más extensa de lo previsto y queda como una muestra de mi interés, recomendaré la lectura de dos excelentes libros, el primero *Por qué Juanito no sabe Sumar* de Klein, es un ensayo crítico de las consecuencias del enfoque axiomático en la enseñanza de las matemáticas y sostiene una posición constructivista. El segundo, *Mindstorms* de Seymour Papert en el que presenta al LOGO, lenguaje de computación para niños preescolares con el que se pretende la formación de ideas poderosas a tempranas edades, libro en el cual se encuentran gran cantidad de ideas que refuerzan las aquí presentadas.

[15]CALDER, ALLAN. "Matemática Constructiva" en *Investigación y Ciencia*. No. 39, p. 100.
[16]CALDER, ALLAN, "Matemática Constructivista", en *Investigación y Ciencia* No. 39, p. 100.

[17]Ibidem., p. 100.
[18]Ibidem., p. 109.

3. Generalización de Conceptos de la P.L. y aplicaciones a la Administración

Esta sección corresponde a la segunda estrategia establecida en las secciones 1 y 2. Se generalizarán cuatro conceptos de la programación lineal, respetando el límite de mantenernos en el ámbito de lo científico, matemático no numérico, lógico o manipulable por lenguajes de programación tipo LISP.

De los conceptos de programación lineal se tratarán cuatro y en cada uno de los casos se desarrollan algunas aplicaciones a la administración, variando en profundidad y precisión. Se incluyen además algunos comentarios dirigidos a la enseñanza de la P.L. La sección está organizada en los siguientes cuatro apartados:

— Problema General de la Programación Lineal y problemas relativos al diseño de objetivos en la planeación con contenidos no numéricos.
— Dualidad y, Definición y solución por análisis del contexto, con mención a problemas de análisis de impacto y dinámica de grupos.
— Método Simplex y Problemas Generales de búsqueda.
— Solución de ejercicios planteados en palabras y Analogía con el proceso administrativo usando, como referencia la Solución de Problemas.

3.1 Problema General de la Programación Lineal

Según la estrategia establecida en las secciones anteriores empezaré con el enunciado de lo que se considera un problema de programación lineal, el cual generalizaré eliminando sus restricciones (implícitas o explícitas). A partir de los conceptos así formados procederé al enunciado de aplicaciones a la administración, para lo cual introduciré nuevas restricciones.

Un problema de programación lineal es un problema de minimizar o maximizar (optimizar) una función lineal, en presencia de restricciones lineales de desigualdad, igualdad o ambas. Dicho problema se expresa algebráicamente en los siguientes términos:

$$f = \sum_{j=1}^{n} cj \quad xj$$

$$\sum_{j=1}^{n} aij \,.\, xj = b_i \qquad i = 1,2,\ldots\ldots m$$

$$xj > 0 \qquad j = 1,2,\ldots\ldots n$$

Cuando estas ecuaciones se utilizan para representar problemas reales, nos referimos a ellas como modelo de programación lineal, al conjunto de elementos simbólicos que representan un sector de la realidad le llamaré un modelo de aplicación y a ese sector de la realidad lo llamaré aplicación. Un modelo de aplicación debe contener los siguientes elementos, derivados del modelo de programación lineal.

Espacio de Vectores de Estado del Sistema (X): Conjunto en el cual cada elemento es una lista ordenada de variables (x1, x2, ..., xn) que determinan la condición que guarda el sistema. Los valores de estas variables en la programación lineal son números y en nuestro caso pueden ser cualquier conjunto de caracteres preestablecido, que representan el valor de una propiedad. Por lo que las variables de estado son de hecho propiedades. Un sistema de capacitación puede determinarse por las propiedades tipo: (dimensión, métodos de evaluación, modo de acreditación, control) en donde el conjunto de valores de la propiedad dimensión es (nulo, pequeño, grande, indeterminado), lo mismo sucede con las demás propiedades.

Espacio de Vectores del Objetivo (F): está formado por los vectores (f1, f2, ... fn), que en el caso de la programación lineal son unitarios y para nosotros pueden ser de dimensión n. Al igual que en el caso anterior cada variable es una propiedad que puede adquirir un conjunto de valores no numéricos definidos arbitrariamente según la aplicación.

Vector de Ponderación del Objetivo (C): vector formado por los parámetros c, que en el caso de la programación lineal son coeficientes del costo (c1, c2, ..., cn), y en este caso pueden entenderse como propiedades del contexto de la aplicación, otro tipo de condiciones de la aplicación, etc.

Función Objetivo (FO): que definida en términos de los conjuntos anteriores es una función que establece la relación del conjunto producto CxX a elementos del conjunto F. ((CxX)$\rightarrow$F).

Vectores de Ponderación de las Restricciones (A): este espacio está formado por conjuntos de vectores de ponderación para cada restricción: A = (A1, A2, ..., An), en donde cada vector queda formado por una lista de propiedades que describe las condiciones de cada dominio de restricción (a1, a2, ..., an). Que en el caso de aplicaciones no cuantitativas pueden tener los mismos valores que los vectores C.

Vectores de Restricción (Bi): para cada dominio de restricción existe un vector de estado Bi = (b1, b2, .., bn), de igual manera que en el caso del objetivo.

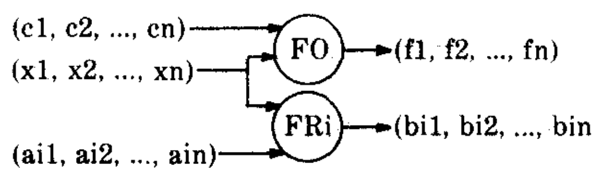
Funciones de Restricción (FR): definidas como ((Ai x X) $\longrightarrow$ Bi) para i = a 1, 2, ..., n función que relaciona cada par ordenado formado por un vector de condición y un vector de estado del sistema con un vector de estado de la condición i-esima.

Por tanto un modelo de aplicación puede expresarse como una lista: (F C FO X A FR B).

Usando las definiciones anteriores el problema de "Programación", a la cual ya no puedo llamar lineal, pero que puede recibir el calificativo de la función que se utilice: programación # nombre del tipo de función #, quedaría formulado en los siguientes términos:

> "un problema de programación #nf# es un problema de hallar el estado óptimo en el espacio del objetivo, dada una función que relaciona cada estado del sistema con un estado del objetivo, en un contexto ponderable y un conjunto de restricciones. Cada una de las restricciones es una función que relaciona cada estado del sistema con elementos permitidos del dominio de restricción especificada, también en un contexto".

Este problema es representado gráficamente en el siguiente diagrama:



A continuación se da un ejemplo de una aplicación en el campo de la planeación: la definición de objetivos:

F $\leftarrow$ secuencia de acciones retributivas.

F = (acción 1, acción 2, acción 3, acción 4)

Los valores para cada acción son: (despido, aumento de salario, felicitación del jefe, ...) de manera que el dominio de vectores del objetivo está formado por secuencias de 4 acciones que son todas las posibles combinaciones de los valores para la acción tomadas de cuatro en cuatro. Obviamente es posible eliminar aquellos que sean contradictorios.

X = (logro de metas de producción, estado de los inventarios, moral del personal, mantenimiento....)

x1 = (más allá de lo establecido, se desconoce, ...)
x2 = (según lo previsto, excesivo, mínimo, deficiente)
C = (estado de la economía, tensión social, disponibilidad nacional de materias primas, ...)
c1 = (crisis nacional, auge, estancamiento, ...)
c2 = (guerrilla urbana generalizada, paz social, ...)
B1 —salud personal
b1 = (saludable, enfermizo, enfermo grave, hospitalización frecuente)
A1 —condiciones familiares
A1 = (dinámica familiar, situación económica, composición, ...)
a11 = (nacimiento, boda, divorcio, ...)

La función objetivo (FO) y las funciones de restricción (FR) son establecidas de acuerdo a las políticas generales de la empresa, como relación única de elemento a elemento, se requiere establecer estados válidos e inválidos para el dominio de las restricciones que en la forma más general serían subconjuntos de Bi y si se pretende hacer una búsqueda del óptimo sería deseable establecer alguna relación de orden en el conjunto F.

Este tipo de información puede manipularse por computadora mediante una base de datos, como el Graf Data Model de Borkin[19] el cual es implementado actualmente por el autor de este trabajo en lenguaje LISP. Esta base de datos exige la representación de los datos como una GRAFICA (nodos y ramas), con lo cual se dispone de un elemento pictórico que apoya la intuición.

La aplicación puede restringirse mediante, la inclusión de relaciones de orden en el dominio de las restricciones, la igualdad de dimensión de los vectores o bien condiciones al tipo de función.

Para comprender el alcance que puede tener el esquema planteado, recuérdese, que con la existencia de los sistemas de lenguaje de computación, lo que conocimos como programas se han reconceptualizado como funciones,[20] por lo que las funciones FO y FR pueden entenderse como programas de computación que simulan procesos inferenciales no numéricos. Con este marco conceptual y este tipo de programación pueden enfrentarse problemas administrativos como el análisis de puesto, el diseño de objetivos institucionales, la departamentalización y la delegación de tareas.

3.2 Dualidad

La existencia del modelo dual puede pensarse en su forma más general, como la determinación de la solución mediante el estudio del contexto. Estudio que se realiza en un espacio isomórfico a una región del contexto que contiene algunas soluciones básicas del problema original.

Por tanto, estamos en presencia de la síntesis de dos métodos generales de conocimiento. El estudio por modelación lo doy por conocido y sólo queda por ubicar el estudio por análisis del contexto en el campo de otras ciencias. En la topología corresponde al problema de alojamiento,[21] en la lingüística al estudio de significados dependientes del contexto y en la teoría de gráficas a la gráfica dual.

La dualidad así vista puede hallarse en problemas administrativos como el análisis de impacto

[19]BORKIN, SHELDON., Data Models: *A Semantic Approach for Database Systems.*

[20]MC NAUGHTON, ROBERT, Elementary Computability, Formal Lenguages an automata p. 72.

[21]NEUWITH, LEE, "Teoría de Nudos" en *Investigación y Ciencia* No. 35 p. 52.

sobre el medio, en definiciones funcionales o en análisis de problemas en grupos de trabajo ocasionados por un miembro. A estos casos en que la determinación del objetivo se realiza por el análisis de contexto habrá que agregarles la modelación de éste, para considerarlos problemas de dualidad.

Los párrafos anteriores delinean una estrategia de enseñanza de la dualidad y generan la posibilidad de gran cantidad de analogías.

3.3 Simplex

El método Simplex puede formularse en términos generales, de la siguiente manera:

- Determinar un conjunto de características del espacio de manera tal, que al variar los valores de ellas se determinen las posibles soluciones óptimas. Estos valores están limitados a 0 y 1 o bien existe y no existe.
- Disponer de un criterio para determinar si una solución es o no óptima. En lo que también se aprovecha la estructura del espacio de soluciones.
- Aprovechando que las posibles soluciones óptimas se encuentran cuando un número siempre igual de propiedades existen, en tanto que otro número de propiedades no existen la búsqueda se conduce haciendo variar las variables que existen.
- La búsqueda se orienta desde el espacio de soluciones determinando a cada paso cuál propiedad incluida debe excluirse y cuál de las no existentes debe incluirse.

Considero el tercer punto como el central ya que corresponde al esquema general de experimentación: "variar uno y mantener constantes todos los demás", que es también el esquema general de pensamiento que se forma en la adolescencia y caracteriza la llegada a la inteligencia operatoria formal. Por otro lado puede representarse en un tablero de Master Mind.

El procedimiento general puede simularse en computadora sin la necesidad de que el usuario entre en contacto con los algoritmos que utiliza el Simplex.

Como el problema de búsqueda es de carácter general no considero necesario plantear las aplicaciones al campo administrativo, aunque es por supuesto necesario encontrar la secuencia de ejemplos que unan el caso general de búsqueda con el caso particular de "búsqueda Simplex". Para procedimientos inteligentes de búsqueda puede consultarse la bibliografía sobre inteligencia artificial.[22]

3.4 Solución de Ejercicios Planteados en Palabras

La solución de ejercicios se analizará desde la perspectiva general de la Solución de Problemas dada por el trabajo del Dr. J. Salazar,[23] del cual reproduzco la figura A, los ejercicios corresponden a problemas de asignación. El generalizar al campo de solución de problemas permitirá aplicar la estructura de solución de ejercicios al proceso de solución de problemas en el campo administrativo que es de hecho, el llamado Proceso Administrativo. Durante

[22]En relación a búsquedas inteligentes y bases inferenciales de datos pueden consultarse los capítulos "Expert Problem Solving Using If-then Results" e "Implementing Frames" en Winston, P. *Lisp*.

[23]SALAZAR, JAVIER. *Modelos Esquemáticos para la Elaboración de Planes en la Educación Superior.*

el desarollo haré mención a algunas aplicaciones particulares que considero ilustrativas.

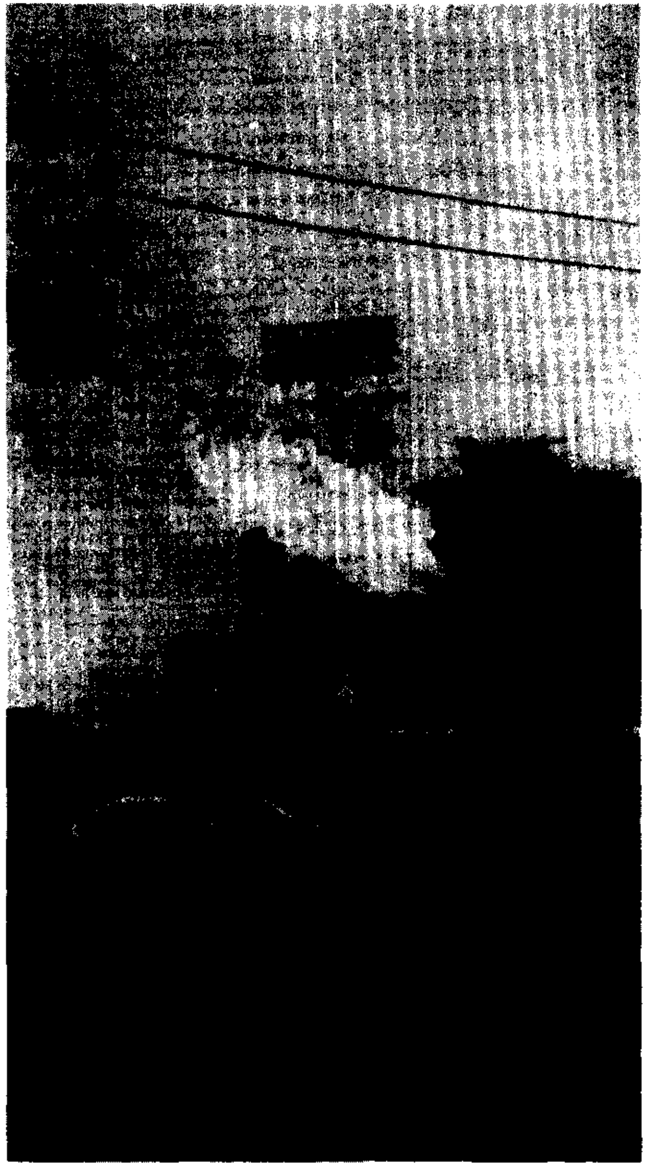
Iniciando por el nodo fuente, Eo, el enunciado original es para nosotros el ejercicio planteado en palabras, planteo que ha sido realizado por el autor del libro y que suponemos producto de un proceso de formulación. Este enunciado debe analizarse antes de intentar la solución, es decir está sujeto a control (nodo C). Para ello se procede a responder a algunas preguntas sobre el contexto: ¿A qué sección del capítulo corresponde? ¿Es semejante a algún problema ya resuelto? ¿Parece corresponder por su forma al tipo de problemas de asignación? etc. Se identifican las partes: ¿Existen cantidades definidas? ¿Hay términos de relación que, permitan el planteo de funciones? ¿Tiene un objetivo de minimizar o maximizar? ¿Se identifican los recursos?, etc.

Esta etapa puede identificarse con cualquier mostrador de orientación al público, al cual el sujeto llega con un problema formulado por él, por tanto la función del encargado puede entenderse como la del control interno de la formulación.

Una vez decidido que, el problema parece ser de asignación, se procede a la partición (nodo P) identificando por conjuntos, el objetivo, los límites de disponibilidad, las actividades, los coeficientes de costo, etc. Si éstos existen se procede a comprobar que realmente sea un problema de asignación con datos completos, por lo cual se pasa al nodo de control (C) y el control se realiza sobre un formato:

recursos	act	disponibilidad
------	--------	-------
------	--------	-------
objetivo		

El formato realiza la función de control sobre la formulación al establecer relaciones de correspon-



dencia entre las clases de elementos del problema tipo y las clases del problema a resolver. En este caso el formato conduce a la selección de variables y el planteo de ecuaciones siendo así, también un elemento de control sobre el enunciado algebraico.

En el campo administrativo podrá conceptualizarse al formato como elemento de control y base organizada de datos. Como base de datos conducirá a formulaciones alternativas del problema original, según diversos modelos o patrones correspondientes a los procesos de solución disponibles.

De hecho hemos avanzado ya al nodo EJ de enunciados o formulaciones intermedias, que en el caso del ejercicio de programación lineal corresponden a la formulación en forma canónica, en forma estándar, o gráfica, del primal o del dual. Esta etapa exige el chequeo contra la formulación original de la tabla y los métodos disponibles de solución (ramas x2, x4, x7, del diagrama). La función de control sobre los enunciados alternativos se realiza mediante los modelos generales de la forma estándar canónica y tabla de Tuker, que para problemas administrativos plantea la necesidad de controles para enunciados alternativos y muestra la utilidad de los modelos o patrones.

Habiendo realizado este análisis se procede a seleccionar el enunciado final (nodo Ef) que corresponde al método de solución que se utilizará, para el caso de programación lineal los métodos Simplex, Dual Simplex, o Gráfico.

Por último queda la ejecución del algoritmo seleccionado que corresponde a la rama x12 y al nodo S, etapa equivalente a la fase de ejecución en el proceso administrativo. Durante el proceso de solución debe existir también el control (rama x6) y aún cuando el Simplex dispone de criterios para orientar la búsqueda no dispone de criterios de control por lo que el sujeto que resuelve el ejercicio los inventa.

Una vez obtenido el resultado del algoritmo y aceptado éste como solución termina el ejercicio, pero no la solución de problemas de carácter administrativo, caso en el que se procede a la reformulación a través del "Control Externo".

Como conclusión de este apartado tómese el hecho de que la solución de un ejercicio del tipo tratado tiene la misma estructura que el llamado proceso administrativo y queda pendiente formalizar la analogía.

En esta sección he presentado la formulación del problema de programación lineal en términos generales de la teoría de conjuntos así, como la posibilidad de operar con bases inferenciales de datos, al tratar con problemas no cuantitativos cuyos datos se relacionan por funciones arbitrarias. Bajo el título de dualidad presenté este problema como un caso particular de la solución de problemas, de alojamiento o conocimiento de objetos por análisis del contexto. Analicé el Simplex como un caso interesante del problema de búsqueda, y por último desarrollé el análisis de solución de ejercicios desde la perspectiva general de la solución de problemas, planteando su correspondencia con el proceso administrativo.

4. Síntesis

La necesaria recaracterización de lo no cuantitativo nos condujo a determinar dos niveles de aplicación, el uso de la matemática numérica en problemas cuyas magnitudes se estiman, y la generalización de conceptos asociados a la programación lineal que reducidos por la introducción de restricciones se ubicaran en el campo de la administración.

La primera de estas dos estrategias no se desarrolló en el trabajo y fue la segunda la que prácticamente abarcó el contenido de las tres secciones. En la primera sección se establecieron como límites a la generalización los conceptos calificados como científicos: los de la matemática no numérica, los de la lógica formal y por último los conceptos ubicados en el área del lenguaje de computación para manipulación de símbolos no numéricos.

El contenido de la segunda sección fue el análisis del tema desde la perspectiva de epistemología y de la psicología cognitiva, habiendo concluido con el planteo de la necesidad de sustituir la didáctica originada en el modelo dado por el razonamiento deductivo, por una nueva didáctica fundada en los procesos centrales del desarrollo nocional: la ampliación del referencial y la relativización de las nociones. Con este análisis ubicamos los problemas de la incomprensibilidad e inaplicabilidad del conocimiento matemático y de la programación lineal, en el marco general de la controversia constructivismo-formalismo y en el ámbito de las actuales teorías del aprendizaje, rescatando el valor de la intuición como elemento central del aprendizaje. Al mismo tiempo se determinó y validó la metodología de la tercera sección.

En esa sección se trataron cuatro conceptos centrales de la programación lineal: el problema general de la P.L., la dualidad, el método Simplex y la solución de ejercicios planteados en palabras. Lo que nos llevó a cuatro problemas generales: las bases de datos inferenciales, el problema de alojamiento, el problema de búsquedas inteligentes y Procesos Generales de Solución de Problemas. Los cuales se relacionaron a los siguientes problemas administrativos: la determinación de objetivos como fase de la planeación y el Proceso Administrativo. Mencionándose además algunos problemas de carácter particular. En relación a la didáctica de la programación lineal se complementaron las conclusiones de la segunda sección con algunos ejemplos.

BIBLIOGRAFIA

BORKIN, Sheldom. "Data Model: A Semantic Approuch for Database Systems". MIT. Press, Massachussetts, 1980.

CALDER, Aldan. "Matemática Constructiva". Revista de Investigación y Ciencia. Número 39. Diciembre 1979, Barcelona, pp. 100 a 109.

FLAMENT, Claude "Teoría de Grafos y Estructuras de Grupo". Ed. Tecnos, Madrid, 1963.

IBARRA, José Humberto. "Organización Psicológica de las Experiencias de Aprendizaje". Col. Cursos Básicos para la formación de profesores, Area Sistematización de la Enseñanza, No. 4, Ed. Trillas, México, 1979.

IBARRA, José Humberto. "Organización Lógica de las Experiencias de Aprendizaje". Ed. Trillas, México, 1978.

KAUFFMANN, A. "La Inventiva". Ediciones Deusto, Bilbao, España, 1973.

KLEIN. "El fracaso de la matemática moderna. Por qué Juanito no sabe sumar". Siglo XXI, México, 1975.

NEUWIRTH, Lee. "Teoría de Nudos". Revista de Investigación y Ciencia No. 35, Agosto 1979, Barcelona, pp. 52 a 66.

McNAUGHTOM, Robert. "Elementary Computability. Formal Lenguages and Automata". Pretice-Hall, Ima. New Jersey, 1982.

ORBACH, Eliezer. "Algunas consideraciones teóricas sobre la evaluación de juegos de simulación de carácter instructivo". Revista de Comunicación e Informática, Vol. 3, Número 5, Mayo 1982, pp. 3 a 11.

PAPPERT, Seymour. "Maindstorms, Children Computers and Powerful Ideas". Basic Book Inc. New York, 1980.

PIAGET, Jean, et, al. "Investigaciones sobre la Contradicción". Siglo XXI, España. 1978.

PIAGET, Jean. "Ensayo de Lógica Operatoria". Ed. Guadalupe, Buenos Aires, 1972.

RUSSELL, Bertrand. "Los Principios de la Matemática". Espasa Calpe, Madrid, 1977.

SALAZAR R., Javier. "Modelos Esquemáticos para la elaboración de Planes en la Educación Superior". ANUTES. México, 1979.

WINSTON, Patrik y Horn, B.K.P. "LISP". Addison-Wesley, 1981.

WINSTON, Patrik. "Artificial Intelligence Addison-Wesley, 1977.