

# Aproximación para analizar el índice de intensidad de la pobreza multidimensional de México

## An approach for the analysis of Mexico's Multidimensional Poverty Index

*Hada Melissa Sáenz Vela\**

Contribución central: Axiomatización y contingencia  
Centro de Investigaciones Socioeconómicas-Universidad Autónoma de Coahuila, Saltillo, México

*Luis Gutiérrez Flores\*\**

Contribución central: Análisis  
Centro de Investigaciones Socioeconómicas-Universidad Autónoma de Coahuila, Saltillo, México-

*Enrique Eliseo Minor Campa\*\*\**

Contribución central: Medición  
Consejo Nacional de Evaluación de la Política de Desarrollo Social, Ciudad de México, México

ISSN: ISSN-0185-4259; e- ISSN: 2007-9176

DOI: <http://dx.doi.org/10.28928/revistaiztapalapa/792015/aot2/saenzvelahm/gutierrezfloresl/minorcampaee>

### Resumen

Se compara la formulación del índice de pobreza multidimensional de México respecto de la medida original de Alkire y Foster (2011) para verificar los axiomas cumplidos por la medida mexicana. Mediante el uso de tablas de contingencia se examina la asociación entre las variables que conforman el índice mexicano. Del análisis se desprenden tres resultados importantes: la medida mexicana no cumple el axioma de monotonía ni el de transferencia débil; adicionalmente, se confirma la existencia de asociación entre la variable del ingreso y las variables de las carencias, así como entre las variables del mismo espacio de los derechos.

**Palabras clave:** axiomatización, bienestar, derechos sociales, tablas de contingencia, asociación.

### Abstract

A comparison is established between Mexico's multidimensional poverty index and the original measure proposed by Alkire and Foster (2011), in order to verify the axioms which are accomplished by the Mexican measure. The association of the variables that integrate the Mexican measure is carried out with the use of contingency tables. Three relevant outcomes result from our analysis: the Mexican measure does not hold for the monotonicity and weak transference properties. Additionally, the existence of association between the income and deprivation variables is confirmed, and the same occurs in the case of income and entitlements variables.

**Key words:** Axiomatization, welfare, social entitlements, contingency tables, association.



**IZTAPALAPA**

*Agua sobre lajas*

\* Análisis espacial aplicado a los problemas socioeconómicos y de la medición multidimensional de la pobreza en México.

[saenz.hm@gmail.com](mailto:saenz.hm@gmail.com)

\*\* Director y Profesor del Centro de Investigaciones Socioeconómicas  
[luis.gutierrez@uadec.edu.mx](mailto:luis.gutierrez@uadec.edu.mx)

\*\*\* Director de Planeación y Normatividad de la Política de Evaluación del Coneval.  
[eeminor@coneval.gob.mx](mailto:eeminor@coneval.gob.mx)

FECHA DE RECEPCIÓN 30/09/2014, FECHA DE ACEPTACIÓN 20/12/2014

IZTAPALAPA. REVISTA DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANIDADES

NÚM. 79 · AÑO 36 · JULIO-DICIEMBRE DE 2015 · III-129

En los últimos años ha cobrado importancia la idea sobre la multidimensionalidad de la pobreza. En esta perspectiva la pobreza va más allá del ingreso, pues a pesar de que este es un buen indicador de la situación en que viven los individuos, se considera valioso agregar otros elementos que no se reflejan directamente en él, tales como el acceso a la seguridad social o el nivel educativo. En 2009 se publicó en México la *Metodología multidimensional de la pobreza*, propuesta por el Consejo Nacional de Evaluación de la Política de Desarrollo Social (Coneval). En esta concepción se consideran el ingreso y el nivel de carencias, de manera tal que un individuo se identifica como pobre multidimensional si tiene un ingreso inferior a un umbral establecido y si además reporta al menos una de las seis carencias consideradas en la Ley General de Desarrollo Social (LGDS).

Coneval (2009) indica que su índice de intensidad de la pobreza multidimensional (*IPM*) difiere del propuesto por Alkire y Foster (2011). La medida mexicana tiene la particularidad de requerir la ocurrencia de dos eventos simultáneos: ingresos menores a un mínimo y padecer al menos una carencia de seis. En el índice de Alkire y Foster ( $M_0$ ) se solicita el cumplimiento de al menos un número  $k$  de carencias en distintas dimensiones, no importando qué combinación de estas sea. Sin embargo, parece que bajo ciertos criterios, la medida mexicana es un caso particular del  $M_0$ .

La investigación que se está realizando actualmente parte del interés de profundizar en el conocimiento de la medida multidimensional mexicana. Así, se tienen contemplados dos objetivos en este documento. Uno de ellos es examinar la diferencia existente entre el *IPM* y el  $M_0$ , con el fin de determinar cuáles axiomas son satisfechos por la medida mexicana si ambas resultaran similares. El otro se refiere al análisis de la relación existente entre las variables que conforman la medida, desde una perspectiva estadística.

De los resultados se pueden rescatar importantes conclusiones. Primero, las medidas *IPM* y  $M_0$  son técnicamente iguales, lo que permite la verificación del cumplimiento de los axiomas multidimensionales. Segundo, pareciera que la forma en que se interpretan los resultados del *IPM*, así como la separación que se realiza entre las medidas del ingreso y las carencias, no logra el objetivo de brindar una perspectiva

multidimensional de la pobreza. Tercero, a pesar de suponer independencia entre los espacios de bienestar y de derechos sociales, los datos conducen a la existencia de asociación entre ellos. Finalmente, se encontraron niveles significativos de asociación entre las variables que conforman el espacio de los derechos sociales, lo que eventualmente puede generar problemas estadísticos.

El documento se organiza en otros cuatro apartados. En la siguiente sección se describe la metodología propuesta por Alkire y Foster para establecer el contexto de las medidas multidimensionales. Posteriormente, se expone la metodología mexicana, en los mismos términos que la anterior, para facilitar la comprensión de los elementos que son similares en ambas, así como el planteamiento de los axiomas que no son cumplidos por el índice mexicano. En seguida se detalla la asociación entre componentes del índice y la aproximación estadística utilizada. Finalmente, se cierra con unas breves conclusiones y se esboza el trabajo futuro dentro de esta línea de investigación.

## Metodología de Alkire y Foster

Una de las premisas con las que se inicia este proyecto de investigación es que la medida desarrollada por el Coneval es un caso particular de la propuesta por Alkire y Foster (AF). Por tanto, en esta sección se aborda el documento de Alkire y Foster (2011) con más detalle, recordando que el interés se encuentra en la medida  $M_0$ .<sup>1</sup>

En el cuadro 1, abajo, se describen las principales variables a considerar en el presente documento. La metodología multidimensional consta de dos elementos: una función de identificación ( $\rho$ ) y una función de agregación ( $M$ ). De manera que un individuo se considera pobre en una dimensión cuando sus logros se encuentren por debajo del umbral asociado a dicha dimensión, siendo estos umbrales el primer corte que se considera en la metodología. No obstante, resulta más sencillo hablar de carencias padecidas por los individuos que de sus logros, por lo que se recurre a las definiciones mostradas en el cuadro 2.

La matriz  $g^0$ , de entradas dicotómicas, mostrará a los individuos en términos de carencias. Al sumar por fila los elementos de la matriz se obtiene el vector de recuento de carencias del individuo. Un elemento muy importante de la metodología AF es la elección del segundo corte,  $k$ , que será el número de carencias que identificará

<sup>1</sup> De acuerdo con Coneval (2009), el documento original de Alkire y Foster es de 2007, pero fue publicado en 2011. Para mantener una notación consistente en el presente trabajo se hará referencia al documento arbitrado y publicado.

Cuadro 1. Variables utilizadas bajo el enfoque multidimensional.

$n \in \mathbb{Z}_+$	:	número de individuos
$d \geq 2$	:	número de dimensiones
$X_{n \times d} = [x_{ij}]$	:	matriz de logros
$x_{ij} \geq 0$	:	logro del individuo $i$ en la dimensión $j$
$\bar{z} \in \mathbb{R}_+^d$	:	vector de umbrales de los logros
$\rho: \mathbb{R}_+^d \times \mathbb{R}_+^d \rightarrow \{0,1\}$ $(x_i, z) \mapsto \{0,1\}$	:	función de identificación
$\rho(x_i, z) = 1$	:	si $\rho$ identifica como pobre al individuo $i$
$Z \subseteq \{1, \dots, n\}$	:	conjunto formado al aplicar $\rho$ a cada individuo
$M: X \times \mathbb{R}_+^d \rightarrow \mathbb{R}$	:	función de agregación, que dado $\rho$ , asocia $X$ y $\bar{z}$
$\mathcal{M} = (\rho, M)$	:	metodología multidimensional

*Fuente:* Elaboración propia a partir de Alkire y Foster (2011).

a los individuos como pobres multidimensionales. El valor de  $k$  puede variar entre 1 y el número total de dimensiones  $d$ . Cuando  $k = 1$  se está en el método de unión, en el que basta que el individuo sea pobre en una dimensión. Cuando  $k = d$ , el individuo debe enfrentar carencias en todas las dimensiones para ser pobre, y se conoce como el método de intersección.

Cuadro 2. Variables utilizadas en la formulación del índice  $M_o$ .

$g^0 = [g_{ij}^0], g_{ij}^0 = 1$	:	matriz de carencias, carente si $x_{ij} < z_j$
$c_i =  g_i^0 $	:	vector de recuento de carencias de $i$
$1 \leq k \leq d$	:	nivel de corte para el número de carencias
$\rho_k$	:	función de identificación de corte dual
$\rho_k(x_i, z) = 1$	:	carente si $c_i \geq k$
$c_i(k) = \rho(x_i, z)c_i$	:	vector censurado de recuento de carencias de $i$
$Z_k = \{i : \rho_k(x_i, z) = 1\}$	:	conjunto formado dado $k$

*Fuente:* Elaboración propia a partir de Alkire y Foster (2011).

Un nivel intermedio es el formato más recomendado para no sobreestimar o subestimar los niveles de pobreza, aunque el valor de esta variable  $k$  es un proceso más bien normativo (Alkire y Santos, 2010). Dado el corte de los umbrales y el de las dimensiones, que la función  $\rho_k$  se conozca como función de identificación de corte dual. El vector censurado de recuento de carencias de los individuos, que se obtiene al establecer  $k$ , es el vector que señala a los individuos pobres multidimensionales, pues serán aquellos que cuenten con más de  $k$  carencias. Este vector censurado es el que permite realizar los cálculos para obtener el índice  $M_o$  de AF.

El índice  $M_o$  de AF también permite la ponderación de las dimensiones. En la forma descrita hasta ahora, cada dimensión posee un peso unitario, pues los autores plantean que establecer pesos diferenciados puede parecer un juicio de valor. Suponga la ponderación descrita en el cuadro 3. En el proceso de identificación se usan las filas de la matriz  $g^o w$  para construir el vector  $c(k)$  de conteo de privaciones ponderadas, cuyas entradas son las sumas de los pesos de las dimensiones en las que el individuo es carente. La alternativa a las ponderaciones unitarias más usual es la de una estructura anidada, similar a la que se presenta en el cuadro referido.

Cuadro 3. Ponderación del índice  $M_o$ .

$w \in \mathbb{R}^d$	:	vector de ponderadores
$g^o w$	:	matriz de carencias ponderada
$c_i(k) =  g_i^o w $	:	vector censurado de recuento de carencias ponderado
$w = \left(\frac{d}{2}, \frac{d}{2(d-1)}, \dots, \frac{d}{2(d-1)}\right)$	:	vector de ponderaciones anidadas

Fuente: Elaboración propia a partir de Alkire y Foster (2011).

El índice de recuento ajustado  $M_o$  resulta como el producto de otras dos medidas, tal como se describe en el cuadro 4. El índice de recuento  $H$  es el más utilizado en la medición de pobreza, reportando el porcentaje de pobres existentes en la sociedad. La proporción de posibles carencias experimentadas por un individuo se define como  $c_i(k)/d$ , donde el vector censurado de ponderaciones puede o no estar ponderado (esto se deja a decisión del investigador). De manera tal que la proporción promedio de las carencias sufridas por la población total se encuentra en la formulación de  $A$ . El índice  $M_o$  dado como el producto  $HA$  es sensible a la frecuencia y amplitud de la pobreza multidimensional.

Cuadro 4. Formulación del índice  $M_0$ .

$H = \frac{q}{n}$ , $q = \sum_{i=1}^n \rho_k(x_i, z)$	:	Índice de recuento
$A = \frac{ c(k) }{qd}$	:	Proporción promedio de carencias
$M_0 = HA = \frac{ c(k) }{nd}$	:	Índice de recuento ajustado

*Fuente:* Elaboración propia a partir de Alkire y Foster (2011).

Así como en el ámbito unidimensional, es deseable que las medidas multidimensionales cumplan determinadas propiedades. Partiendo del trabajo de Bourguignon y Chakravarty (2003), Alkire y Foster desarrollan un conjunto de axiomas a cumplir por sus medidas propuestas, algunos de los cuales serán descritos brevemente:

- Axioma de focalización. El índice es independiente de los niveles de logros de las personas no-pobres, aunque experimenten un aumento en alguna de las dimensiones.
- Axioma de focalización en carencias. El índice es independiente del nivel de logro en una dimensión en la que el individuo es no-carente, sin importar si es pobre o no. Tampoco se permite la posibilidad de que una persona renuncie a un monto de una dimensión no-carente para mejorar la posición de una dimensión carente.
- Monotonía. El índice debe reducirse si se produce una mejora en una dimensión carente de un individuo pobre.
- Monotonía dimensional. El índice debe reducirse si se produce una mejora tal que elimine completamente una carencia de un individuo pobre.
- Transferencia débil. Al promediar el nivel de logros entre los individuos pobres, el índice debe alcanzar un nivel menor o igual al nivel inicial de pobreza.
- Descomponibilidad aditiva. Si la población es particionada en distintos subgrupos (sexo, edad, regiones), el índice total de pobreza se encuentra como la suma de las medias de pobreza de los subgrupos ponderadas por sus proporciones poblacionales.

De los axiomas descritos, el índice  $M_0$  no cumple el de Monotonía ni el de Transferencia débil (Alkire y Foster, 2011). En ambos casos, se requeriría una notación cardinal (o al menos ordinal) de las carencias; ya que ambas requieren que la medida

sea sensible a cambios en el nivel de pobreza del individuo en cada dimensión. Sin embargo, dado que la matriz  $g^o$  solamente tiene entradas dicotómicas, únicamente se sabe si el individuo presenta o no carencia en esa dimensión. Por tanto, el solo uso de este índice dificulta identificar si un individuo está en una mejor condición tras un periodo de tiempo o tras una transferencia progresiva. Los autores entonces recomiendan la construcción de otras dos medidas,  $M_1$  y  $M_2$ , que permiten conocer la severidad y profundidad de la pobreza, respectivamente.

En la siguiente sección se desarrolla con más detalle la metodología multidimensional de México. Podrá verse que existen similitudes con el índice  $M_o$ , pero también algunas diferencias que conducirán a entender la interpretación del índice mexicano.

## Metodología de México

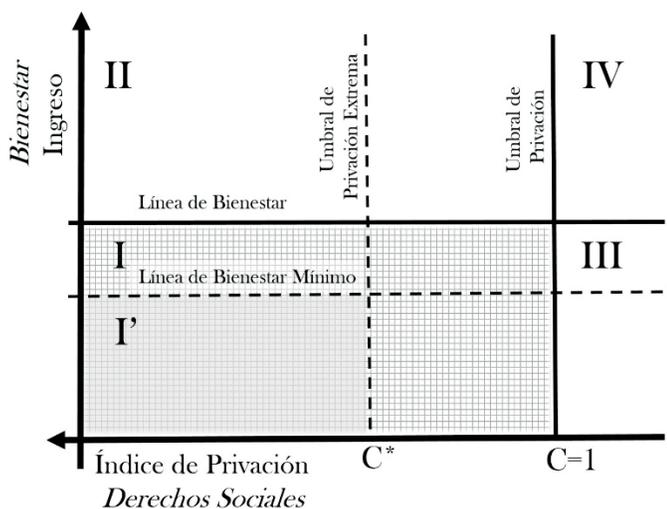
La perspectiva multidimensional en México se basa en dos enfoques: bienestar y derechos sociales. La definición de pobreza multidimensional indica que una persona será pobre cuando al menos uno de sus derechos para el desarrollo social no esté garantizado y sus ingresos sean insuficientes para adquirir los bienes y servicios requeridos para satisfacer sus necesidades. A continuación se describe la metodología multidimensional ofrecida en Coneval (2009).

El indicador en la dimensión económica es el ingreso corriente total per cápita. Las personas carentes de bienestar económico se definen con el método de pobreza monetaria. La línea de bienestar ( $LB$ ) identifica a la población que no cuenta con el ingreso suficiente para adquirir los bienes y servicios que cubran sus necesidades alimentarias y no alimentarias. La línea de bienestar mínimo ( $LBM$ ) identifica a la población que, aun utilizando todo su ingreso, no puede adquirir lo necesario para una nutrición adecuada.

En el espacio de los derechos sociales se consideran seis indicadores dicotómicos de carencias (consulte el Apéndice para una breve descripción de estas).<sup>2</sup> Tales carencias son el rezago educativo promedio en el hogar, el acceso a los servicios de salud, el acceso a la seguridad social, la calidad y los espacios de la vivienda, el acceso a los servicios básicos en la vivienda y el acceso a la alimentación. Con base en las carencias se construye el índice de privación social ( $IPS$ ), que resulta de una combinación lineal con ponderaciones unitarias para los indicadores binarios.

<sup>2</sup> Si bien no se describe en Coneval (2009) el sustento teórico bajo el cual fueron elegidos estos derechos sociales y no otros en la LGDS, ello escapa al objetivo de este documento.

Fig. 1. Clasificación de la pobreza multidimensional en México.



Fuente: Elaboración propia a partir de Coneval (2009).

La combinación de indicadores en ambos espacios conduce a la clasificación presentada en la fig. 1. El eje vertical se mide por medio del ingreso de las personas, el horizontal es medido por el *IPS* y va de derecha a izquierda. El umbral de privación  $C=1$  indica personas carentes en al menos una dimensión, mientras que el umbral  $C^*$  representa la privación extrema, y se ha definido como igual a tres.

Es posible establecer el grupo de población en pobreza multidimensional y el grupo en pobreza multidimensional extrema de la siguiente forma:

- Pobreza multidimensional. Población con ingreso inferior al valor de la *LB* y que padece al menos una carencia (área cuadrículada).
- Pobreza multidimensional extrema. Población con ingreso inferior al valor de la *LBM*, y que presenta al menos tres carencias (subcuadrante *I'*).
- Pobreza multidimensional moderada. Población pobre multidimensional no incluida dentro de la multidimensional extrema.
- Vulnerables por carencias sociales. Población con una o más carencias, pero cuyo ingreso es superior a la línea de bienestar.

- Vulnerables por ingresos. Población que no presenta carencias sociales, pero su ingreso es inferior o igual a la línea de bienestar.
- No pobre multidimensional y no vulnerable. Población con ingreso superior a la línea de bienestar y que no tiene carencia social alguna.

La medida de interés en esta sección es la definida por Coneval como intensidad de la pobreza multidimensional, *IPM*. También señala que se calcularán tres medidas de intensidad: de la pobreza multidimensional, de la pobreza multidimensional extrema y de la privación de la población con al menos una carencia. Alkire y Foster (2009) sugieren que estos indicadores son un caso particular de su índice  $M_0$ .<sup>3</sup>

Las variables involucradas en el cálculo del índice de intensidad de la pobreza (*IPM*) de México se presentan en el cuadro 5. Desde esta perspectiva las dimensiones se entienden como las carencias en los derechos sociales, y los umbrales se han definido como í's puesto que las carencias son variables dicotómicas. La matriz  $g^0$  contiene información sobre las carencias que padece la población total, de manera que permite encontrar el *IPS* de cada individuo. El corte para las carencias toma dos valores, dependiendo de la población a identificar, pobre multidimensional o multidimensional extremo. Aquí, la función de identificación considera dos elementos: que el ingreso del individuo ( $y_i$ ) se encuentre por debajo de la línea de bienestar y que además enfrente al menos una carencia. Esto último es la definición de pobreza multidimensional implementada actualmente en el país.

Cuadro 5. Variables utilizadas en la formulación del *IPM*.

$n \in \mathbb{Z}_+$	:	número de individuos
$d = 6$	:	número de dimensiones (carencias)
$z_{6 \times 1} = \mathbf{1}$	:	vector de umbrales
$g_{n \times 6}^0 = [g_{ij}^0]$	:	matriz de carencias de la población
$c_i =  g_i^0  = IPS_i$	:	vector de recuento de carencias de $i$
$k = \{1,3\}$	:	nivel de corte para las carencias
$\rho_k(x_i, z), \rho_k = 1$	:	función de identificación, pobre multidimensional si $y_i < LB \wedge IPS_i \geq 1$
$g_k^0 = [g_{kij}^0], g_{kij}^0 = 1$	:	matriz de carencias de los individuos pobres multidimensionales

Fuente: Elaboración propia a partir de Coneval (2009).

<sup>3</sup> Aquí se discutirá solamente la primera, las otras dos resultan casos particulares.

Sin embargo, la principal diferencia con el  $M_0$  es la matriz  $g_k^o$ . En el  $M_0$ , esta matriz señala a los individuos que son carentes en al menos  $k$  dimensiones, sin importar qué combinación de estas sea, definiendo así a los pobres multidimensionales. En el caso mexicano, la matriz presenta únicamente las carencias que padecen los pobres multidimensionales. Es decir, primero los define a través del ingreso y las carencias, y posteriormente muestra cuáles son los derechos sociales en los que estos individuos son carentes; significando que no toma en cuenta al ingreso en la medida.

Ahora bien, para calcular el *IPM* se sigue la formulación del cuadro 6. En él, puede verificarse lo explicado en el párrafo anterior. En el caso de  $M_0$  se reporta la incidencia de las carencias sobre la población total; mientras que el *IPM* reporta la incidencia de las carencias sobre la población pobre multidimensional. Coneval, por otro lado, indica que se calculará la medida de profundidad *PG* planteada por Foster *et al.* (1984) para el espacio del bienestar económico.<sup>4</sup> Esto último parece estar dejando de lado la conceptualización multidimensional y su medición, para ofrecer una medida de la profundidad que consta de dos medidas independientes: una *PG* para el ingreso y una multidimensional de las carencias.

Cuadro 6. Formulación del *IPM*.

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{q}{n}, q = \sum_{i=1}^n \rho_k(x_i, z) & : & \text{Índice de recuento} \\
 A &= \frac{1}{q} \left( \frac{1}{d} \sum_{i=1}^q IPS_i \right) & : & \text{Proporción promedio de carencias} \\
 IPM = HA &= \frac{1}{n} \left( \frac{1}{d} \sum_{i=1}^q IPS_i \right) & : & \text{Índice de recuento ajustado}
 \end{aligned}$$

Fuente: Elaboración propia a partir de Coneval (2009).

La elaboración de la medida mexicana sigue íntegramente el formato del índice  $M_0$  de AF. La fórmula de  $H$  es la misma en ambas medidas, en la fórmula de  $A$  se tiene que  $\sum_{i=1}^q IPS_i = |C(K)|$ , por lo que *IPM* mexicano es igual al  $M_0$  de AF. Dada la equivalencia en la formulación, aunque no en la forma de interpretarlas, como se explicó antes, es posible referirse al cumplimiento de axiomas.

Por lo anterior, es posible concluir que el *IPM* no cumple el axioma de Monotonía ni el de Transferencia débil. Sin embargo, bajo la actual conceptualización de

<sup>4</sup> *PG* es una medida de profundidad también conocida como brecha de pobreza, *PG* son las siglas en inglés de *poverty gap*. La medida refleja cuán pobres son los pobres y se calcula como el promedio de las distancias que separan a los individuos de la línea de pobreza.

las dimensiones, estas no cuentan con una construcción ordinal, lo que dificultaría utilizar las medidas  $M_1$  y  $M_2$ . En ese contexto, lo anterior no es una limitante en sí misma, dado que el enfoque solo considera la presencia o ausencia de los derechos sociales, y no el nivel de carencia en cada dimensión que presentan los individuos. Pero, si la medida multidimensional considerara simultáneamente el ingreso y las carencias, entonces sí representaría un problema el incumplimiento de estos importantes axiomas.

## Asociación entre los componentes del IPM

De acuerdo con Coneval (2009), y bajo su concepción teórica, el ingreso no debe ser incluido en la medida de intensidad descrita en la sección anterior. Incluso, el cálculo del PG para el ingreso, separado del IPM, refleja la visión de independencia de los espacios de bienestar y derechos sociales bajo esta argumentación. Pero tal percepción no es confirmada a través de un examen estadístico. Como un primer acercamiento, se propone explorar la relación entre el ingreso y las carencias, así como entre las propias carencias, por medio del análisis de tablas de contingencia.

En la tabla 1 se muestra el formato general para una tabla de contingencia  $2 \times 2$ .<sup>5</sup> Sean las variables categóricas  $X$  y  $Y$ , ambas con dos posibles respuestas, de manera que existen  $2 \times 2$  combinaciones posibles. Las respuestas  $(X, Y)$  de un sujeto elegido aleatoriamente de una población tienen una distribución de probabilidad, y sea  $\pi_{ij}$  la probabilidad de que  $(X, Y)$  ocurra en la celda  $i$  de la fila y columna  $j$ . La distribución de probabilidad  $\{\pi_{ij}\}$  es la distribución conjunta de  $X$  y  $Y$ . Las distribuciones marginales son los totales por fila y columna que resultan de sumar las probabilidades conjuntas. La notación para las marginales es  $\{\pi_{i+}\}$  para la suma por fila y  $\{\pi_{+j}\}$  para la suma por columna. Se cumple entonces que  $\pi_{i+} = \sum \pi_{ij}$  y  $\pi_{+j} = \sum_i \pi_{ij}$ , así como  $\sum_i \pi_{i+} = \sum_j \pi_{+j} = \sum_i \sum_j \pi_{ij} = 1$ .

Usualmente  $Y$  se considera como la variable respuesta y  $X$  como la variable explicativa. Sin embargo, en ocasiones ambas variables se consideran como respuestas e interesa fijar valores en una de las variables más que considerarla como una variable aleatoria, por lo que las distribuciones condicionales son más relevantes que la distribución conjunta de  $X$  y  $Y$ . Dado un sujeto clasificado en la fila  $i$  de  $X$ ,  $\pi_{j|i}$  denota la probabilidad de clasificarlo en la columna  $j$  de  $Y$ , de manera que  $\sum_j \pi_{j|i} = 1$ .

<sup>5</sup> Para una descripción más completa y detallada puede revisar Agresti (2002).

Tabla 1. Notación para probabilidades conjunta, condicional y marginal.

		Columna	
Fila	1	2	Total
1	$\pi_{11}$	$\pi_{12}$	$\pi_{i+}$
	$(\pi_{1 1})$	$(\pi_{2 1})$	1
2	$\pi_{21}$	$\pi_{22}$	$\pi_{2+}$
	$(\pi_{1 2})$	$(\pi_{2 2})$	1
Total	$\pi_{+1}$	$\pi_{+2}$	1

Fuente: Elaboración propia a partir de Agresti (2002).

Cuando las variables son categóricas, la asociación entre ellas se puede describir a partir de la distribución conjunta y la condicional. La distribución condicional de  $Y$  dado  $X$  se relaciona con la conjunta de la forma  $\pi_{j|i} = \pi_{ij} / \pi_{i+}$  para todo  $i$  y  $j$ . Dos variables categóricas se definen como independientes si todas las probabilidades conjuntas son iguales al producto de sus probabilidades marginales, es decir,  $\pi_{ij} = \pi_{i+} \pi_{+j}$  para  $i = 1, 2$  y  $j = 1, 2$ . Si  $X$  y  $Y$  son independientes se cumple que  $\pi_{j|i} = \pi_{+j}$  para  $i = 1, 2$ . Así, si las probabilidades por fila de una misma columna son iguales, y esto se cumple para todas las columnas, entonces se dicen independientes.

Es posible aplicar una prueba de significancia estadística a las razones de posibilidades. Particularmente se hará referencia a la prueba Chi de Pearson, en ella la hipótesis nula es la independencia de las variables involucradas en la tabla de contingencia,  $H_0 : \pi_{ij} = \pi_{i+} \pi_{+j}$ . En la prueba un p-valor pequeño indicará fuerte evidencia de asociación, aunque poca información sobre la naturaleza.

Una medida que sí aporta información sobre la intensidad de la asociación son los *odds ratio* (razón de posibilidades).<sup>6</sup> Para una probabilidad  $\pi$  de éxito, la posibi-

<sup>6</sup> Este término no tiene una traducción mayormente aceptada. Algunas traducciones son *razón de oportunidades*, *razón de productos cruzados*, *razón de odds*, entre otros. Por otro lado, el término *odds* es usual traducirlo como *posibilidades*. Particularmente aquí se referirá a estos términos como *posibilidades* y *razón de posibilidades*. Una discusión más amplia al respecto se encuentra en Tapia y Nieto (1993) y en Martí-Carvajal et al. (2006).

lidad se define como  $\Omega = \pi / (1 - \pi)$ . Si  $\Omega > 1$ , la posibilidad de éxito es mayor que de error. Por ejemplo, si  $\pi = 0.75$ , entonces  $\Omega = 3$ ; de manera que se esperan tres éxitos por cada error; o bien, que la posibilidad de éxito es tres veces mayor que la de error. Para los sujetos en la fila  $i$ ,  $\pi_{1,i}$  es la probabilidad de que la respuesta tenga un resultado “éxito” en la categoría 1 de  $X$ . Con solamente dos posibles resultados, se tiene que  $\pi_{2,i} = 1 - \pi_{1,i}$ , por lo que la notación se simplifica a  $\pi_i$  en lugar de  $\pi_{1,i}$ . En el contexto de las tablas de contingencia, en la fila, las posibilidades de éxito en lugar de falla son  $\Omega_i = \pi_i / (1 - \pi_i)$ . Así, la razón de posibilidades es:

$$\Theta = \frac{\Omega_1}{\Omega_2} = \frac{\pi_1 / (1 - \pi_1)}{\pi_2 / (1 - \pi_2)}$$

La razón de posibilidades,  $\Theta$ , puede tomar cualquier valor no negativo. Particularmente, cuando  $\Theta = 1$  significa que las variables  $X$  y  $Y$  son independientes; por otro lado,  $\Theta > 1$  indica que es más probable que tengan éxito los sujetos de la fila 1 que los sujetos de la fila 2. Considere  $\Theta = 4$ , la posibilidad de éxito de la fila 1 es cuatro veces la posibilidad de la fila 2. Por tanto, los valores altos (mayores a 1) de  $\Theta$  representan una mayor asociación entre las variables, cuanto mayor su valor más alto es el nivel de asociación (Agresti, 2002). Es importante señalar que  $\Theta$  no cambia su valor cuando se intercambia la orientación de la tabla (es decir, las columnas ahora son las filas), por lo que no es necesario identificar a una de las variables como variable de respuesta.

Para conocer si existe dependencia entre las variables se tomaron los datos del Módulo de Condiciones Socioeconómicas de la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares del año 2012. Este módulo aporta información sobre la condición de pobreza de ingresos y los derechos en los que se presenta carencia, contando con un total de 272 674 observaciones individuales. Con los datos sobre la condición de pobreza y la presencia de cada carencia fue posible realizar las combinaciones entre las variables y en cada una de ellas se aplicó la prueba Chi de Pearson. En primer lugar se describen las abreviaciones asociadas a las variables:

- PLB: pobreza por ingresos, *i.e.*, el ingreso corriente total per cápita es menor a la Línea de Bienestar establecida por Coneval (habiendo considerado la línea correspondiente, ya fuera entorno rural o urbano).
- IPS: índice de privación social, varía de 0 a 6, en función del número de carencias que padece el individuo.
- REZEDU: carencia por rezago educativo, dicotómica.

- ASALUD: carencia de acceso a servicios de salud, dicotómica.
- SEGSOC: carencia de acceso a seguridad social, dicotómica.
- CV: carencia por condiciones de la vivienda, dicotómica.
- SBV: carencia por servicios básicos en la vivienda, dicotómica.
- ALI: carencia por acceso a la alimentación, dicotómica.

La primera combinación fue PLB vs IPS; luego, seis combinaciones resultan de PLB vs cada uno de los indicadores de carencias; finalmente, resultan 15 combinaciones entre los indicadores de carencias (dado que puede existir asociación entre las variables consideradas dentro del mismo espacio de los derechos). De las 22 combinaciones, en todas se rechazó la hipótesis de independencia bajo el Chi de Pearson, con p-valores iguales a cero. Los valores de las razones de posibilidades para las 21 combinaciones  $2 \times 2$ , mostrados en la tabla 2, señalan la existencia de asociación entre las variables, la cual es estadísticamente significativa.

Tabla 2. Razón de posibilidades para las 21 combinaciones  $2 \times 2$ .

	Combinación	Razón de posibilidades, $\Theta$
Espacio del bienestar y espacio de los derechos sociales	PLB vs REZEDU	2.13
	PLB vs ASALUD	2.14
	PLB vs ALI	3.18
	PLB vs SBV	3.61
	PLB vs SEGSOC	3.73
	PLB vs CV	3.81
Espacio de los derechos sociales	ASALUD vs ALI	1.16
	ASALUD vs SBV	1.18
	ASALUD vs CV	1.31
	REZEDU vs ASALUD	1.34
	REZEDU vs SEGSOC	1.46
	REZEDU vs ALI	1.71
	REZEDU vs CV	2.12
	SEGSOC vs ALI	2.27
	SBV vs ALI	2.74
	REZEDU vs SBV	2.89
	CV vs ALI	3.10
	SEGSOC vs CV	3.49
	SEGSOC vs SBV	4.60
	CV vs SBV	5.89
	ASALUD vs SEGSOC	22.66

Fuente: Elaboración propia.

De la tabla 2 es posible destacar algunos elementos. En primer lugar, se muestra que la variable del espacio del bienestar se asocia con todas las variables del espacio de los derechos sociales, lo que contradice la postura teórica de Coneval. Segundo, las variables de las carencias presentan una asociación fuerte entre sí, lo cual puede conducir a problemas de redundancia que impactan sobre el *IPS*. Tercero, y de especial atención, el valor que se obtiene para las variables *ASALUD* y *SEGSOC* es muy elevado en comparación con el obtenido en las otras cuatro combinaciones donde participa *ASALUD*. Siguiendo a Alkire *et al.* (2013), esta asociación entre las dimensiones es un tema en el que aún se investiga la mejor manera de abordar el problema de redundancia de las dimensiones, ya que debe replantearse la ponderación que se asigna a las carencias, o bien aplicar técnicas como Componentes Principales para determinar las distintas ponderaciones.

La técnica de tablas de contingencia aquí presentada es una primera aproximación al análisis de la relación entre las dimensiones de la pobreza. La investigación que se está conduciendo pretende verificar con más detalle la asociación entre las dimensiones y su impacto sobre la medida de pobreza multidimensional de México. También, se busca proponer un *IPS* alternativo; y posteriormente se analizará su robustez utilizando el *IPS* de Coneval como referencia.

## Conclusiones preliminares

Los resultados que se muestran aquí tienen un significativo impacto sobre el índice de pobreza multidimensional. Desde la perspectiva teórica se encuentra que la medida no cumple dos importantes axiomas: el de monotonía y el de transferencia débil. En ambos casos, el problema es que la medida no refleja la profundidad de la pobreza; sin embargo, en la medición mexicana las carencias de derechos sociales solo son representadas como dicotomías y no como niveles. Dada esa condición de las variables y que la medida *IPM* no considera el nivel de ingreso, el incumplimiento de los axiomas no es un problema, pues la medida mexicana únicamente ofrece la intensidad de las carencias entre los pobres multidimensionales. Si se planteara que la medida incluyera los dos espacios, no podría informarse sobre el cambio en la profundidad de la pobreza multidimensional sobre la población tal como está formulada actualmente. Lo anterior confirma la independencia que supone Coneval entre el ingreso y las carencias, pues la medida de profundidad de la pobreza de ingreso se reporta como una medida separada.

Desde la perspectiva metodológica también se encuentran elementos de interés. Hasta el momento, la independencia supuesta entre el espacio de los derechos y el de ingresos no ha sido verificada empíricamente por Coneval. Y más aún, con la breve exploración mostrada aquí, puede ser refutada. Por otro lado, existe asociación entre las variables que conforman el espacio de los derechos, lo cual puede ocasionar un problema cuando se pretenda determinar la ponderación asociada a cada uno de ellos en la formulación del *IPS*. Esta asociación puede conducir a redundancia, lo que debiera ser analizado con una técnica que permita valorar la forma en que participa cada variable dentro del índice. Lo cual a su vez impacta si se desea determinar el peso asociado al espacio de los derechos y al espacio del bienestar sobre la medida multidimensional *IPM*.

Con lo recabado en este ejercicio se cuenta ya con futuras líneas de investigación. La propuesta consiste en sugerir una alternativa del *IPS* que contenga todas las carencias requeridas por la Ley General de Desarrollo Social de México, pero que no enfrente problemas por redundancia. También se pretende determinar el valor del ponderador asociado a cada uno de los espacios sobre la medida multidimensional. Esto se hará con el *IPS* original y el alternativo a fin de verificar su robustez.

## Referencias

- Agresti, Alan (2002), *Categorical Data Analysis 2 ed.*, John Wiley & Sons Inc., Nueva Jersey.
- Alkire, Sabina y James Foster (2011), "Counting and multidimensional poverty measurement", en *Journal of Public Economics*, 95(7), pp. 476-487.
- Alkire, Sabina y James Foster (2009), *Memo to Coneval*, en <[www.ophi.org.uk/wp-content/uploads/OPHI-RP-21a.pdf](http://www.ophi.org.uk/wp-content/uploads/OPHI-RP-21a.pdf)> [25 de marzo de 2015].
- Alkire, Sabina y Maria Emma Santos (2010), "Acute Multidimensional Poverty: A New Index for Developing Countries", *OPHI* [documento de trabajo núm. 38], pp. 1-139.
- Alkire, Sabina, Paola Ballón, Jose Manuel Roche y Ana Vaz (2013), *Associations across Deprivations*, en <[www.ophi.org.uk/wp-content/uploads/SS13-Associations\\_SA-PB-JMR-AV.pdf](http://www.ophi.org.uk/wp-content/uploads/SS13-Associations_SA-PB-JMR-AV.pdf)> [26 de marzo de 2015].
- Bourguignon, Francois y Satya Chakravarty (2003), "The measurement of multidimensional poverty", en *Journal of Economic Inequality*, 1(1), pp. 25-49.

- Consejo Nacional de Evaluación de la Política de Desarrollo Social (2009), *Metodología para la medición multidimensional de la pobreza en México*, Coneval, México.
- Foster, James; Joel Greer y Erik Thorbecke (1984), "A class of decomposable poverty measures", *Econometrica*, 52(3), pp. 761-766.
- Martí-Carvajal, Arturo, Guiomar Peña, Sergio Muñoz, Gabriela Comunián y Arturo Martí-Peña (2006), "Significado de la razón de posibilidades (Odds ratio)", *Gaceta Médica Caracas*, 114(1), pp. 13-16.
- Tapia, José y Javier Nieto (1993), "Razón de posibilidades: Una propuesta de traducción de la expresión odds ratio", *Salud Pública de México*, vol. 35, pp. 419-424.

## Anexo

### Definición de las carencias en el espacio de los derechos sociales.

Carencia	Definición
Rezago Educativo	<p>Una persona se encuentra en situación de rezago educativo si cumple alguno de los siguientes criterios:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tiene de tres a quince años, no cuenta con la educación básica obligatoria y no asiste a un centro de educación formal.</li> <li>• Nació antes de 1982 y no cuenta con el nivel de educación obligatoria vigente en el momento en que debía haberla cursado (primaria completa).</li> <li>• Nació a partir de 1982 y no cuenta con el nivel de educación obligatoria (secundaria completa).</li> </ul>
Acceso a servicios de salud	<p>Una persona se encuentra en situación de carencia por acceso a los servicios de salud cuando:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• No cuenta con adscripción o derecho a recibir servicios médicos de alguna institución que los presta, incluyendo el Seguro Popular, las instituciones públicas de seguridad social (IMSS, ISSSTE federal o estatal, Pemex, Ejército o Marina) o los servicios médicos privados.</li> </ul>
Acceso a la seguridad social	<p>Se identifica a la población con carencia por acceso a la seguridad social de acuerdo con los siguientes criterios:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• En cuanto a la población económicamente activa, asalariada, se considera que no tiene carencia en esta dimensión si disfruta, por parte de su trabajo, de las prestaciones establecidas en el artículo 2° de la Ley del Seguro Social (o sus equivalentes en las legislaciones aplicables al apartado B del Artículo 123 constitucional).</li> <li>• Dado el carácter voluntario de la inscripción al sistema por parte de ciertas categorías ocupacionales, en el caso de la población trabajadora no asalariada o independiente se considera que tiene acceso a la seguridad social cuando dispone de servicios médicos como prestación laboral o por contratación voluntaria al régimen obligatorio del Instituto Mexicano del Seguro Social y, además, cuenta con Sistema de Ahorro para el Retiro o Administradoras de Fondos para el Retiro.</li> <li>• Para la población en general, se considera que tiene acceso cuando goce de alguna jubilación o pensión, o sea familiar de una persona dentro o fuera del hogar con acceso a la seguridad social.</li> <li>• En el caso de la población en edad de jubilación (sesenta y cinco años o más), se considera que tiene acceso a la seguridad social si es beneficiario de algún programa social de pensiones para adultos mayores.</li> <li>• La población que no cumpla con alguno de los criterios mencionados, se considera en situación de carencia por acceso a la seguridad social.</li> </ul>

Carencia	Definición
Calidad y espacios de la vivienda	<p>Se considera como población en situación de carencia por calidad y espacios de la vivienda a las personas que residan en viviendas que presenten, al menos, una de las siguientes características:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El material de los pisos de la vivienda es de tierra.</li> <li>• El material del techo de la vivienda es de lámina de cartón o desechos.</li> <li>• El material de los muros de la vivienda es de barro o bajareque; de carrizo, bambú o palma; de lámina de cartón, metálica o asbesto; o material de desecho.</li> <li>• La razón de personas por cuarto (hacinamiento) es mayor que 2.5.</li> </ul>
Acceso a los servicios básicos en la vivienda	<p>Se considera como población en situación de carencia por servicios básicos en la vivienda a las personas que residan en viviendas que presenten, al menos, una de las siguientes características:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El agua se obtiene de un pozo, río, lago, arroyo, pipa; o bien, el agua entubada la obtienen por acarreo de otra vivienda, o de la llave pública o hidrante.</li> <li>• No cuentan con servicio de drenaje, o el desagüe tiene conexión a una tubería que va a dar a un río, lago, mar, barranca o grieta.</li> <li>• No disponen de energía eléctrica.</li> <li>• El combustible que se usa para cocinar o calentar los alimentos es leña o carbón sin chimenea.</li> </ul>
Acceso a la alimentación	<p>Se considera en situación de carencia por acceso a la alimentación a los hogares que:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Presenten un grado de inseguridad alimentaria moderado o severo</li> </ul>

Fuente: Coneval (2009)